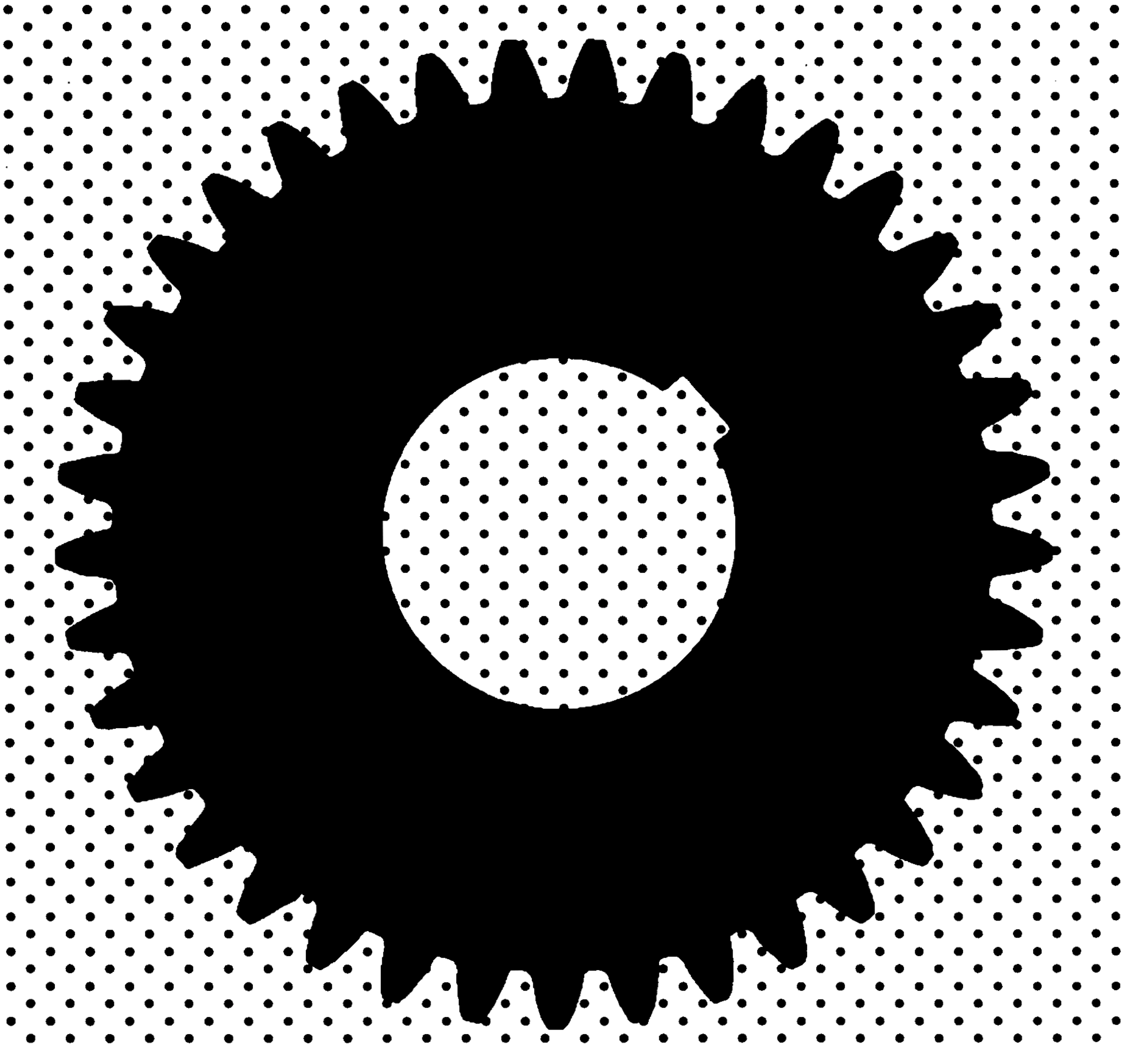
SENAI

Mecânica geral I

Matemática



Mecânica Geral
Matemática

Trabalho elaborado pela Divisão de Currículos e Programas e editorado pela Divisão de Material Didático da Diretoria de Tecnologia Educacional, SENAI-SP, para o Departamento Nacional do SENAI, dentro do Acordo de Cooperação Técnica Brasil-Alemanha para o curso de Formação de Supervisores de Primeira Linha.

Coordenação geral do projeto	Walter Vicioni Gonçalves Diolinda Xavier da Silva Prado - DN
Equipe responsável	
Coordenação	Cláudio Cabrera
Elaboração	Celso Pedro Gouvêa Demétrio Kondrasovas Dirceu Della Colleta Giuseppe da Serra José Alberto Clemente Marcos José de Morais Silva Peter Mutter - GTZ
Assistência editoral	Nelson Santonieri
Planejamento visual	Marcos Luesch Reis
Edição de texto	Maria Regina José da Silva
Diagramação	Teresa Cristina Maíno de Azevedo
Composição	Joana Hiromi Yuda
Ilustração	Marcelo da Silva Ribeiro Marcos Antônio Oldigueri Luiz Antônio da Silva
Montagem	Maria Fernanda Ferreira Tedeschi
Produção gráfica	Victor Atamanov
Digitação	SEDOC - Serviços especializados em mão de obra e transporte de documentos e impressos ltda.

Ficha catalográfica

S47m SENAI-SP. **Matemática.** Por Dirceu Della Coleta e outros. 2ª ed. Rio de Janeiro, SENAI-DN, 1988. 136p (Mecânica Geral, 1).

1. Matemática. I. COLLETA, Dirceu Della.
II.t. lll.s.

51
(CDU, IBICT, 1976)

SENAI	Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial Unidade de Gestão Corporativa SP Alameda Barão de Limeira, 539 – Campos Elíseos São Paulo – SP CEP 01202-001
Telefone	(0XX11) 3273 – 5000
Telefax	(0XX11) 3273 – 5228
SENAI on-line	0800 - 55 – 1000
E-mail	**senai@sp.senai.brz**
Home page	**http:// www.sp.senai.br**

Sumário

Conteúdos

Operações com frações e com números relativos Unidades de medida de comprimento e tempo	6 horas

- Frações ordinárias - Operações
- Números relativos - Operações
- Metro - Polegada - Conversões
- Medida de tempo - Operações
- Medida de ângulo
- Exercícios de aplicação

Potenciação - Radiciação	6 horas

- Potenciação
- Raiz quadrada
- Exercícios de aplicação

Razão - Proporção - Regra de três	8 horas

- Razão e Proporção
- Grandezas direta e inversamente proporcionais
- Regra de três
- Exercícios de aplicação

Equação do 1º grau	6 horas

- Equação do 1º grau
- Exercícios de aplicação

Geometria	9 horas

- Unidade de volume
- Perímetro
- Área

- Unidades de medida de área
- Divisão da circunferência em partes iguais
- Exercícios de aplicação

Teste I	1 hora
Volume - Capacidade - Massa	8 horas
• Unidade de volume • Volume - cálculo • Unidade de capacidade • Unidade de massa • Massa específica • Exercício de aplicação	
Trigonometria	9 horas
• Relação de Pitágoras • Seno - co-seno - tangente • Tabelas • Exercícios de aplicação	
Teste II	1 hora
Total	54 horas

Objetivos gerais

Ao final deste programa o participante deverá:

Conhecer

Estar informado sobre:

- Conceitos básicos, regras e grandezas matemáticas, bem como tabelas usuais.

Saber

Reproduzir conhecimentos sobre:

- Operações matemáticas, relações e funções dos ângulos e relações trigonométricas no triângulo retângulo.

Ser capaz de

Aplicar conhecimentos para:

- Resolver problemas e cálculos inerentes a suas atividades diárias.

Operações com frações e com números relativos Unidades de medida de comprimento e tempo

Ao final desta unidade o participante deverá:

Ser capaz de:

- Determinar o MMC;
- Resolver problemas que envolvam frações ordinárias;
- Resolver as operações básicas com números relativos de mesmo sinal ou sinais diferentes;
- Distinguir medida e unidade de medida, unidades de comprimento, múltiplos e submúltiplos, bem como seus símbolos;
- Fazer conversões das unidades de comprimento, como polegada em milímetro e vice-versa;
- Identificar os símbolos das unidades de tempo e operar com a correspondência entre as unidades de segundo, minuto, hora, dia, mês, etc.

Mínimo múltiplo comum (MMC)

Múltiplo de um número é o produto desse número por um inteiro qualquer.

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times\ 3 \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times\ 1 \\ \hline 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times\ 7 \\ \hline 28 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times\ 9 \\ \hline 36 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times\ 12 \\ \hline 48 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times\ 4 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\underbrace{12 \quad 4 \quad 28 \quad 36 \quad 48 \quad 16}_{\text{Múltiplos de 4}}$$

Múltiplo comum de dois ou mais números é um número que, dividido pelos números dados, não terá resto, ou seja, dará uma divisão exata.

Múltiplos de 4: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, ...

Múltiplos de 3: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, ...

Portanto:
12 e 24 são múltiplos comuns de 3 e 4.

O menor múltiplo comum entre dois ou mais números é chamado também de **mínimo múltiplo comum (MMC).** O MMC deve ser sempre diferente de um.

Calcula-se o MMC por dois métodos:

- Colocando-se lado a lado e comparando-se os múltiplos dos números dados.

  MMC entre 5, 6 e 10

  Múltiplos de 5: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, ...

  Múltiplos de 6: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, ...

  Múltiplos de 10: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, ...

  $\boxed{\text{MMC}\ (5,\ 6,\ 10) = 30}$

- Pela decomposição em fatores primos.

  MMC entre 12, 16, e 24

$$\begin{array}{rcrcr|l}
12 & - & 16 & - & 24 & 2 \\
6 & - & 8 & - & 12 & 2 \\
3 & - & 4 & - & 6 & 2 \\
3 & - & 2 & - & 3 & 2 \\
3 & - & 1 & - & 3 & 3 \\
\cline{6-6}
1 & - & 1 & - & 1 & 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48
\end{array}$$

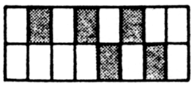
  $\boxed{\text{MMC}\ (12,\ 16,\ 24) = 48}$

Frações ordinárias - Operações

Para representar uma ou mais partes do inteiro são necessários dois números.


= $\frac{1}{4}$ (um quarto)

O inteiro foi dividido em quatro partes iguais e foi tomada somente uma parte.


= $\frac{5}{16}$ (cinco dezesseis avos)

O primeiro, chamado numerador, indica quantas partes foram tomadas do inteiro.

O segundo, chamado denominador, diferente de zero, indica em quantas partes, de mesma forma e de mesmo tamanho, foi dividido o inteiro.

$$\begin{matrix} 1 & \text{———} & \text{numerador} \\ \overline{4} & \text{———} & \text{denominador} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 5 & \text{———} & \text{numerador} \\ \overline{16} & \text{———} & \text{denominador} \end{matrix}$$

Tipos de frações

- Fração própria - menor que 1

$\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{5}{16}, \frac{121}{128}$,.....

- Fração imprópria - maior que 1

$\frac{7}{5}, \frac{8}{3}, \frac{17}{16}, \frac{128}{121}$,....

- Numeral misto - maior que 1

$1\frac{1}{4},\ 3\frac{3}{8},\ 2\frac{3}{4}, \ldots..$

- Fração aparente (imprópria) - múltipla de 1

$\frac{1}{1}, \frac{4}{1}, \frac{8}{2}, \frac{16}{4}, \frac{128}{16}, \ldots..$

Transformação de numeral misto em fração imprópria

Multiplica-se o denominador pelo inteiro e adiciona-se o numerador, mantendo-se o mesmo denominador.

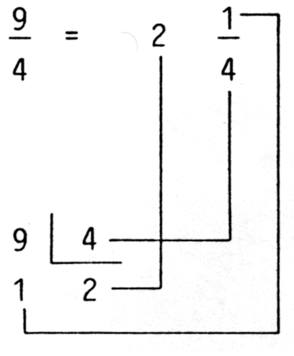
1) $2 \frac{\overset{+}{1}}{\underset{\times}{4}} = \frac{4 \times 2 + 1}{4} = \frac{9}{4}$

2) $4 \frac{\overset{+}{2}}{\underset{\times}{3}} = \frac{3 \times 4 + 2}{3} = \frac{14}{3}$

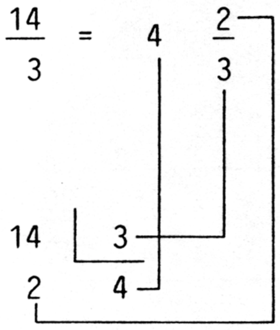
Transformação de fração imprópria em numeral misto

Divide-se o numerador pelo denominador (armando-se a divisão); o quociente será o inteiro, o resto será o numerador e o denominador será o mesmo.

1) $\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$



2) $\frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$



Frações equivalentes

Multiplicando-se ou dividindo-se ambos os termos de um fração por um mesmo número (diferente de zero), obtém-se uma fração de mesmo valor que a anterior.

1) $$\frac{5}{8}\begin{matrix}\mathrm{x}\ 3\\ \mathrm{x}\ 3\end{matrix} = \frac{15}{24}\left(\frac{5}{8} = \frac{15}{24}\right)$$

2) $$\frac{98}{224}\begin{matrix}:14\\ :14\end{matrix} = \frac{7}{16}\left(\frac{98}{224} = \frac{7}{16}\right)$$

Simplificação de frações

Baseando-se no princípio anterior, sempre que os termos de uma fração admitirem divisores comuns (diferentes de 1), pode-se simplificá-la (torná-la irredutível).

1) $$\frac{16}{32}\begin{matrix}:2\\ :2\end{matrix} = \frac{8}{16}\begin{matrix}:2\\ :2\end{matrix} = \frac{4}{8}\begin{matrix}:2\\ :2\end{matrix} = \frac{2}{4}\begin{matrix}:2\\ :2\end{matrix} = \boxed{\frac{1}{2}} \rightarrow \text{Fração irredutível}$$

2) $$\frac{30}{42}\begin{matrix}:2\\ :2\end{matrix} = \frac{15}{21}\begin{matrix}:3\\ :3\end{matrix} = \frac{5}{7} = \boxed{\frac{5}{7}} \rightarrow \text{Fração irredutível}$$

Redução de frações ao mesmo denominador

É o processo de transformação das frações dadas em frações equivalentes de mesmo denominador. Para reduzir frações ao mesmo denominador, é necessário observar os seguintes passos:

- Determinar o MMC dos denominadores das frações. O resultado é o novo denominador.

$$\frac{3}{4}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}$$

MMC (4, 3, 5)

$$\begin{array}{ccccc|l}
4 & - & 3 & - & 5 & 2 \\
2 & - & 3 & - & 5 & 2 \\
1 & - & 3 & - & 5 & 3 \\
1 & - & 1 & - & 5 & 5 \\ \cline{6-6}
1 & - & 1 & - & 1 & 2 \times 2 \times 3 \times 5 = \boxed{60}
\end{array}$$

novo denominador

- Dividir o MMC encontrado pelos denominadores das frações dadas.

- Multiplicar o quociente de cada divisão pelo numerador da respectiva fração. O produto é o novo numerador.

a) $\frac{3}{4}$ $\quad$ $60 : 4 = 15$

$$\frac{3 \times 15}{4 \times 15} = \quad \boxed{\frac{45}{60}}$$

b) $\frac{1}{3}$ $\quad$ $60 : 3 = 20$

$$\frac{1 \times 20}{3 \times 20} = \quad \boxed{\frac{20}{60}}$$

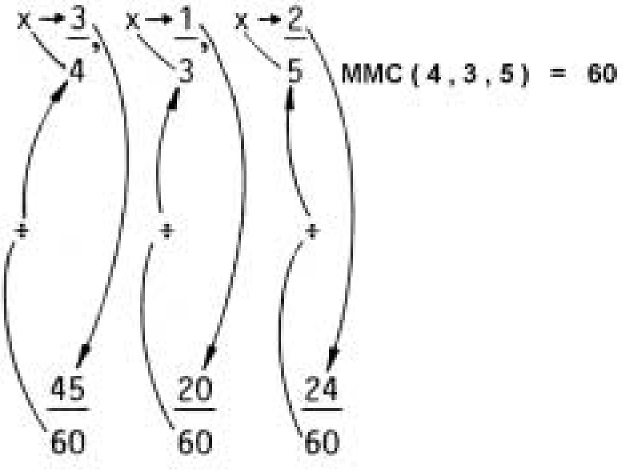
c) $\frac{2}{5}$ $\quad$ $60 : 5 = 12$

$$\frac{2 \times 12}{5 \times 12} = \quad \boxed{\frac{24}{60}}$$

Então:

$$\boxed{\frac{3}{4}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5} \quad = \quad \frac{45}{60}, \frac{20}{60}, \frac{24}{60}}$$

Resumo



Adição de frações

Frações de mesmo denominador

Deve-se manter o denominador e somar os numeradores.

$$\frac{2}{6} + \frac{1}{6} + \frac{5}{6} = \frac{8}{6}$$

$$\frac{8}{6} = \frac{4}{3} = \boxed{1\frac{1}{3}}$$

Frações de denominadores diferentes

Devem-se reduzir as frações ao mesmo denominador; em seguida, conservando-se o mesmo denominador, devem-se somar os numeradores.

$$\frac{4}{5} + \frac{2}{3} \qquad \text{MMC } (5, 3) = 15$$

$$\frac{12}{15} + \frac{10}{15} = \frac{22}{15} = \boxed{1\frac{7}{15}}$$

Subtração de frações

Frações de mesmo denominador

Deve-se manter o denominador e subtrair os numeradores.

$$\frac{7}{8} - \frac{5}{8} = \frac{2}{8} = \boxed{\frac{1}{4}}$$

Frações de denominadores diferentes

Devem-se reduzir as frações ao mesmo denominador e, em seguida, aplicar a regra anterior.

$$\frac{7}{8} - \frac{2}{5} \qquad \text{MMC } (8, 5) = 40$$

$$\frac{35}{40} - \frac{16}{40} = \boxed{\frac{19}{40}}$$

Observação

Antes de reduzir ao mesmo denominador, se houver necessidade, devem-se transformar os números naturais e os mistos em frações impróprias e, uma vez realizada a operação, simplificar ou extrair os inteiros.

$$5 + 2\frac{1}{3} + \frac{4}{5} =$$

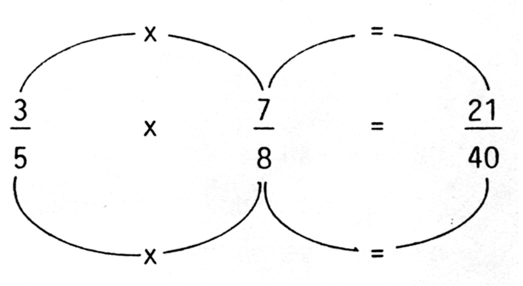
$$\frac{5}{1} + \frac{7}{3} + \frac{4}{5} =$$

MMC (1, 3, 5) = 15

$$= \frac{75}{15} + \frac{35}{15} + \frac{12}{15} = \frac{122}{15} = \boxed{8\frac{2}{15}}$$

Multiplicação de frações

Para multiplicar frações, deve-se efetuar o produto dos numeradores (que será o novo numerador) e, em seguida, o produto dos denominadores (que será o novo denominador).



Divisão de frações

Para dividir frações, deve-se conservar a primeira, trocar o sinal de dividir pelo multiplicar e inverter a segunda fação (o denominador passa a numerador e vice-versa). Em seguida, deve-se efetuar a operação como se fosse de multiplicar.

$$\frac{2}{5} : \frac{5}{7} =$$

$$\frac{2}{5} \times \frac{7}{5} = \boxed{\frac{14}{25}}$$

Observação

Tanto na multiplicação como na divisão de frações, devem-se transformar os números inteiros e os números mistos em frações impróprias. Quando no numerador e no denominador existirem fatores comuns, eles podem ser simplificados em frações diferentes.

1) $4 \times 1\frac{3}{8} \times \frac{1}{2} =$

$$= \frac{4}{1} \times \frac{11}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{1} \times \frac{11}{\underset{2}{\cancel{8}}} \times \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{1}{1} \times \frac{11}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{11}{4} = \boxed{2\frac{3}{4}}$$

2) $8\frac{1}{4} : 3 = \frac{33}{4} : \frac{3}{1} =$

$$\frac{33}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{11}{4} \times \frac{1}{1} =$$

$$= \frac{11}{4} = \boxed{2\frac{3}{4}}$$

Conversão de frações ordinárias em números decimais

Para converter frações ordinárias em números decimais, basta apenas efetuar a divisão do numerador pelo denominador.

1) $\frac{1}{4} = 1 : 4 = \boxed{0{,}25}$

2) $\frac{13}{16} = 13 : 16 = \boxed{0{,}8125}$

Para converter números mistos em números decimais, basta transformá-los em frações ordinárias e seguir o mesmo raciocínio anterior.

$$3\frac{1}{4} = \frac{13}{4}$$

$13 : 4 = 3{,}25$

$$\boxed{3\frac{1}{4} = 3{,}25}$$

Conversão de números decimais em frações ordinárias ou números mistos

Basta transformar o número decimal em fração ordinária e efetuar a simplificação da fração.

1) $$0{,}\underbrace{25} = \frac{25}{\underbrace{100}}$$

vinte e cinco centésimos

$$\frac{25}{100}\begin{smallmatrix}:5\\ \\ :5\end{smallmatrix} = \frac{5}{20}\begin{smallmatrix}:5\\ \\ :5\end{smallmatrix} = \frac{1}{4}$$

$$0{,}25 = \boxed{\frac{1}{4}}$$

2) $$3{,}6 = 3\frac{6}{10} = \frac{36}{10}$$

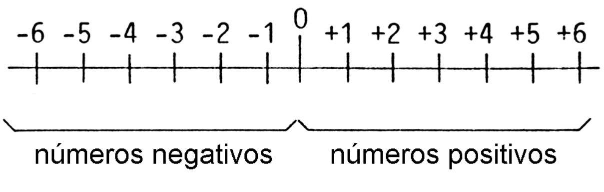
$$\frac{36}{10}\begin{smallmatrix}:2\\ \\ :2\end{smallmatrix} = \frac{18}{5}$$

$$\begin{array}{r|l} 18 & 5 \\ \cline{2-2} 3 & 3 \end{array} = \boxed{3\frac{3}{5}}$$

Números relativos - Operações

Às vezes, aparecem situações onde é necessário registrar numericamente variações de valores em sentidos opostos, ou seja, maiores ou acima de zero (positivos) e menores ou abaixo de zero (negativos), como, por exemplo, as medidas de temperatura ou cruzados em débito ou em haver, etc.

Esses números, que se estendem indefinidamente tanto para o lado direito (positivos) como para o lado esquerdo (negativos), são chamados **números relativos.**

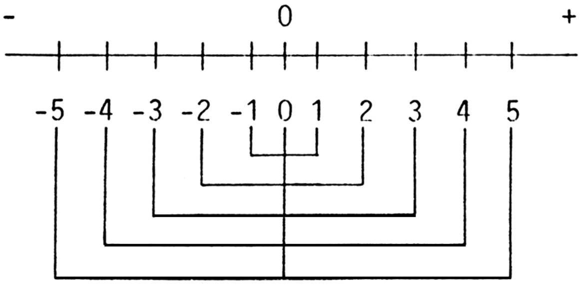


Valor absoluto de um número relativo é o valor do número que faz parte de sua representação, sem o sinal.

O valor absoluto de -3 é 3; representa-se | -3 | = 3.

O valor absoluto de +8 é 8 e representa-se | +8 | = 8.

Valor simétrico de um número é o mesmo numeral com sinal oposto.



+ 4 simétrico = - 4

+ 16 simétrico = - 16

+ 27 simétrico = - 27

Adição de números relativos

- Se os numerais possuírem o mesmo sinal, basta adicionar os valores absolutos e conservar esse sinal.

(+3) + (+5) = +8

(- 3) + (- 5) = - 8

- Se os numerais possuírem sinais diferentes, subtrai-se o numeral de menor valor do maior e dá-se o sinal do maior numeral.

(+3) + (- 5) = - 2

(- 3) + (+5) = +2

Subtração de números relativos

Para subtrair números relativos, deve-se proceder da seguinte maneira:

- Conservar o primeiro numeral;

$(+3) - (+5) = +3 - 5 = \boxed{-2}$

- Efetuar a operação entre o sinal de subtração com o sinal do subtraendo, onde vale a seguinte regra:

$$- + = - \rightarrow (-3) - (+5) = -3 - 5 = \boxed{-8}$$

$$- - = + \rightarrow (-3) - (-5) = -3 + 5 = \boxed{2}$$

- Proceder como na adição.

$$(+3) - (-5) = +3 + 5 = \boxed{8}$$

Multiplicação de números relativos

- O produto de dois números relativos de mesmo sinal é sempre positivo.

(+) x (+) = +
(–) x (–) = +

(+3) x (+4) = +12
(- 4) x (- 3) = +12

- O produto de dois números relativos de sinais diferentes é sempre negativo.

(–) x (+) = –
(+) x (–) = –

(- 3) x (+4) = -12
(+3) x (- 4) = -12

Divisão de números relativos

- O quociente de dois números relativos de mesmo sinal é sempre positivo.

(+) : (+) = +
(–) : (–) = +

(+10) : (+5) = +2
(- 12) : (- 4) = +3

- O quociente de dois números relativos de sinais diferentes é sempre negativo.

(–) : (+) = –
(+) : (–) = –

(- 20) : (+4) = -5
(+28) : (- 7) = -4

Unidades de medida de comprimento

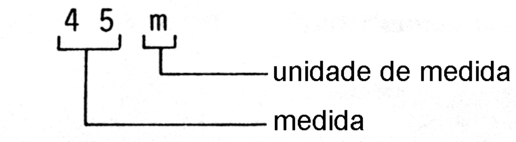
Metro

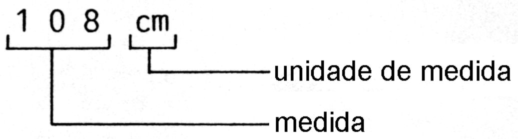
Medir uma grandeza é compará-la com outra da mesma espécie tomada como unidade.

O Brasil como a maioria dos países do mundo adota o **Sistema Internacional de Medidas (SI),** cuja unidade de medida de comprimento é o metro.

Quando é necessário medir coisas que tenham menos de um metro, usam-se **submúltiplos do metro.** Para medir distâncias ou comprimentos muito maiores que o metro, usam-se **múltiplos do metro.**

Na designação de medidas de comprimento, o número é a medida e o símbolo é a unidade de medida.





		Símbolo	Valor
Múltiplos	quilômetro hectômetro decâmetro	km hm dam	1 000m 100m 10m
Unidade	metro	m	1m
Submúltiplos	decímetro centímetro milímetro micrometro	dm cm mm µm	0,1m 0,01m 0,001m 0,000001m

Conversões

Para fazer a conversão entre as unidades do sistema métrico, basta lembrar que se aplica o mesmo princípio de numeração decimal.

Partindo-se do metro, para encontrar seus submúltiplos, basta deslocar a vírgula para a direita (uma casa para cada unidade); para os múltiplos, deslocar a vírgula para a esquerda (uma casa para cada unidade).

Conversões de unidade

km
10x hm
10x dam
10x m
10x dm
10x cm
10x mm
10x

1 µm = 0,001mm

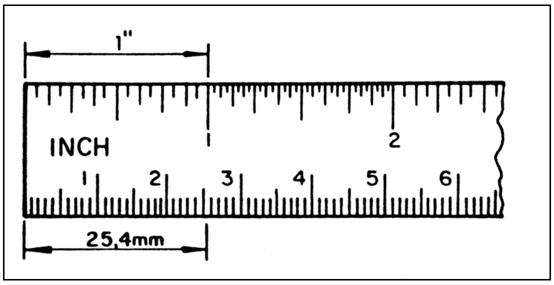
Polegada

Na indústria, para o dimensionamento de máquinas e aparelhos, é também utilizada outra unidade de comprimento - a polegada (de origem inglesa: "inch" = polegada). É representada simbolicamente por dois tracinhos ou aspas ("), colocados à direita e um pouco acima do número.

Uma polegada corresponde a 25,4 mm, aproximadamente.

Duas polegadas = 2´´

Quatro polegadas = 4´´



1´´ = 25,4mm

As polegadas podem ser expressas em:

- Números inteiros

  2´´; 17´´; etc.

- Frações ordinárias de denominadores 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 e numeradores ímpares

  $\frac{1''}{2}$; $\frac{3''}{4}$; $\frac{5''}{8}$; $\frac{13''}{16}$; $\frac{21''}{32}$; $\frac{7''}{64}$; $\frac{17''}{128}$

- Números mistos (com os mesmos 7 denominadores)

  $2\frac{1''}{2}$; $1\frac{3''}{4}$; $4\frac{5''}{8}$; etc.

- Números decimais

  1,500´´; 1,250´´; 0,75´´ ; etc.

Conversão de polegadas em milímetros

Basta multiplicar o número representado em polegadas por 25,4mm, pois
1´´ = 25,4mm.

1) 5´´ = 5 x 25,4mm = 127mm

2) $\frac{3''}{4} = \frac{3}{4} \times 25{,}4\text{mm}$

$$\frac{3 \times 25{,}4\text{mm}}{4} = 19{,}05\text{mm}$$

3) $3\frac{1''}{4} = 3\frac{1}{4} \times 25{,}4\text{mm} =$

$$\frac{13}{4} \times 25{,}4\text{mm} = 82{,}55\text{mm}$$

4) 1,35´´ = 1,35 x 25,4mm = 34,29mm

Conversão de milímetros em polegadas

- **Polegada decimal**

  Para converter milímetros em polegadas decimais, basta dividir o número representado em milímetros por 25,4mm.

  1) 10mm = 0,3937´´
     10mm : 25,4mm = 0,3937´´

  2) 50mm = 1,9685´´
     50mm : 25,4mm = 1,9685´´

- **Polegada fracionária**

  Basta dividir o número representado em milímetros por 25,4 e depois multiplicar por 1´´ ou fração equivalente, ou seja:

$$\frac{2''}{2};\ \frac{4''}{4};\ \frac{8''}{8};\ \frac{16''}{16};\ \frac{32''}{32};\ \frac{64''}{64};\ \text{ou}\ \frac{128''}{128}.$$

Observação

Essa multiplicação deve ser feita para obter a fração da polegada.

1) 50,8mm = 2´´

25,4mm 1´´
50,8mm x

$$x = \frac{50{,}8\text{mm} \times 1''}{25{,}4\text{mm}} = 2''$$

2) 10mm = 0,3937´´ $\cong \frac{25''}{64}$

$$\frac{10\text{mm} \times 1''}{25{,}4\text{mm}} = 0{,}3937''$$

$$0{,}3937'' \times \frac{128}{128} \cong \frac{50}{128} = \frac{25''}{64}$$

3) $2mm \cong 0{,}078'' \cong \frac{5''}{64}$

$$\frac{2mm \times 1''}{25{,}4mm} = 0{,}078''$$

$$0{,}078'' \times \frac{128}{128} \cong \frac{10''}{128} \cong \frac{5''}{64}$$

Unidade de medida de tempo

A unidade fundamental utilizada universalmente para medir tempo é o segundo, cujo símbolo é **s**.

Múltiplos do segundo e suas correspondências

Segundo (s) .... = 1s

Minuto (min) .... = 60s

Hora (h)............................ = 3 600s

Dia (d) = 24h = 1 440min = 86 400s

Operações básicas

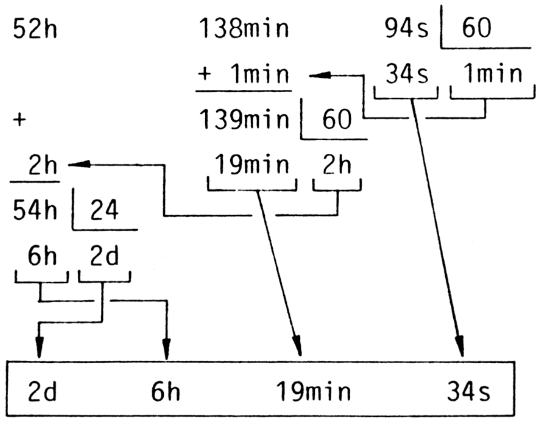
Adição

Faz-se a montagem normal para adição, respeitando as unidades (segundo com segundo, minuto com minuto, hora com hora, dia com dia).

18h47min12s + 13h37min48s + 21h54min34s

$$\begin{array}{lrrr} & 18h & 47min & 12s \\ + & 13h & 37min & 48s \\ & 21h & 54min & 34s \\ \hline & 52h & 138min & 94s \end{array}$$

Efetua-se a operação em cada uma das unidades isoladamente.



Subtração

O processo é o inverso da adição. Quando não é possível efetuar a subtração, deve-se fazer a conversão entre as unidades, da maior para a menor ("pedir emprestado").

18h32min12s - 10h45min23s

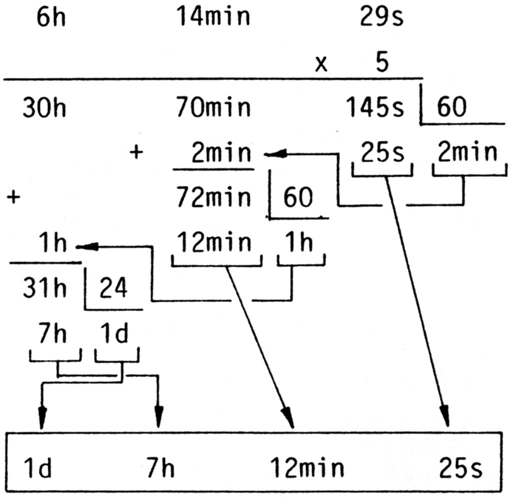
	18h		32min		12s
	-1h	+	60min	+	
	17h		92min		
		-	1min	→	60s
			91min		72s
	17h		91min		72s
-	10h		45min		23s
	7h		46min		49s

Multiplicação

O processo para multiplicar tem as mesmas características do processo da adição.

Simplesmente se faz a operação de multiplicar e, em seguida, a simplificação.

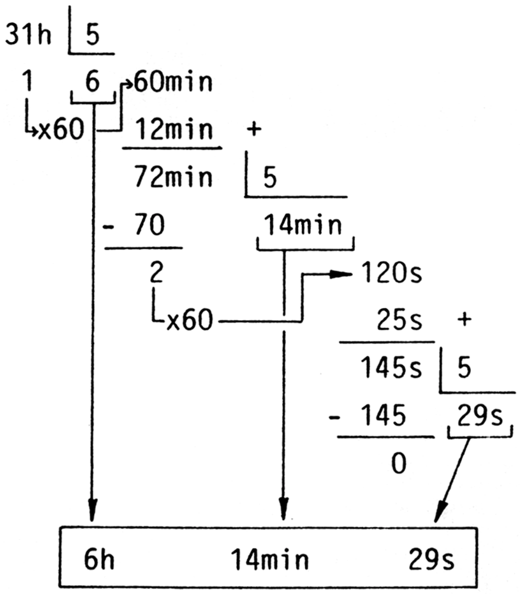
6h14min29s x 5



Divisão

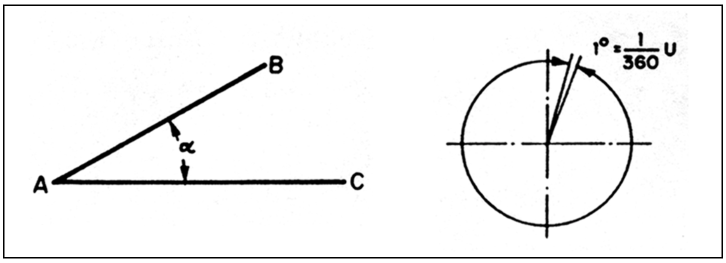
Como a divisão é a operação inversa da multiplicação, assim se deve também proceder para fazer a divisão. Deve-se iniciar a operação pela unidade de maior valor, transformando o resto da divisão na unidade imediatamente inferior.

31h12min25s : 5

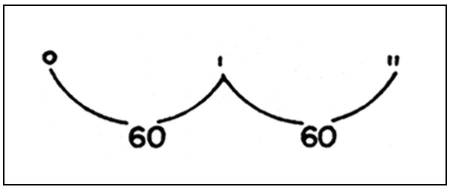


Unidade de medida de ângulo

A unidade de medida de ângulo é o **grau** (^{0}). Um grau corresponde a 1/360 de uma circunferência.



Os submúltiplos do grau são o minuto (') e o segundo ('').



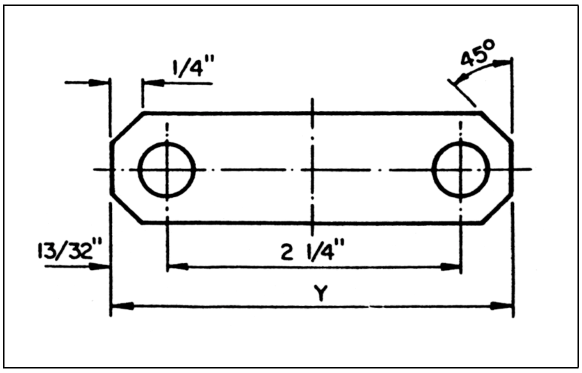
$1^0 = 60' = 360''$

As operações com grau são idênticas às operações com horas.

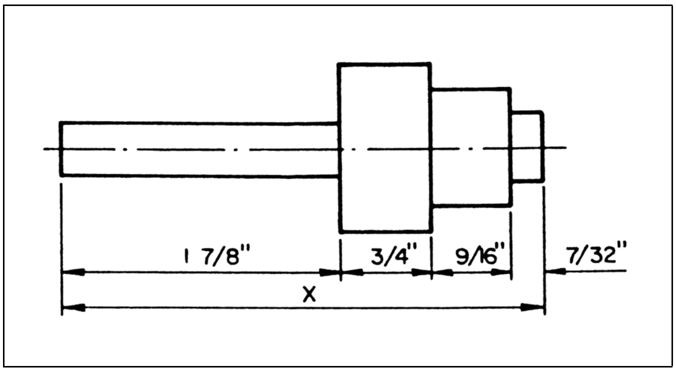
Exercícios

1'' representa uma polegada.

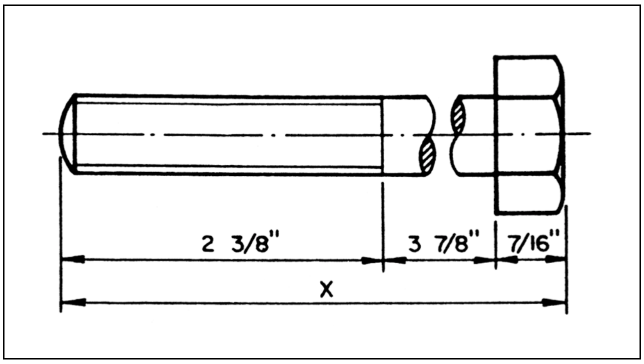
1) Determine a cota **y** na peça.



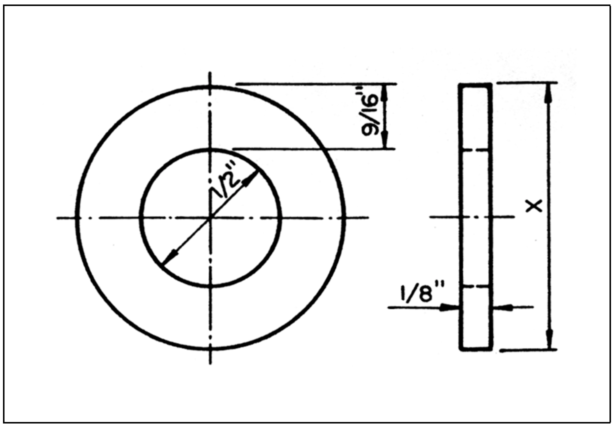
2) Calcule a cota **x** na peça.



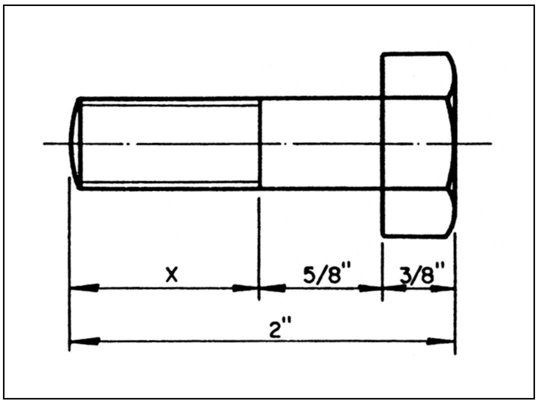
3) Determine o comprimento **x** do parafuso.



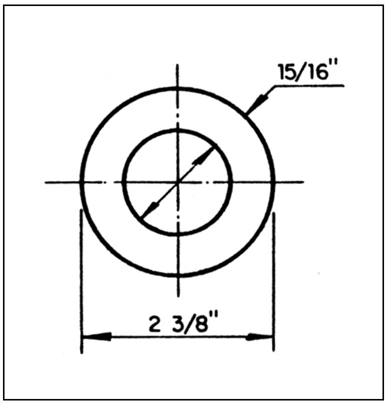
4) Quanto mede o diâmetro externo da arruela?



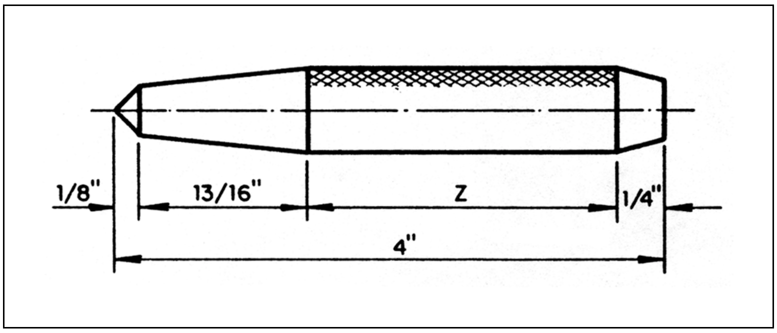
5) Qual a medida da cota **x** do parafuso?



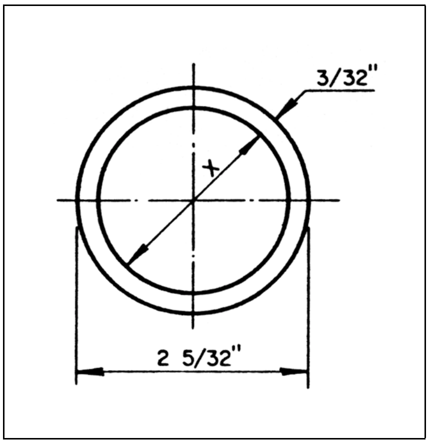
6) Calcule a medida do diâmetro interno.



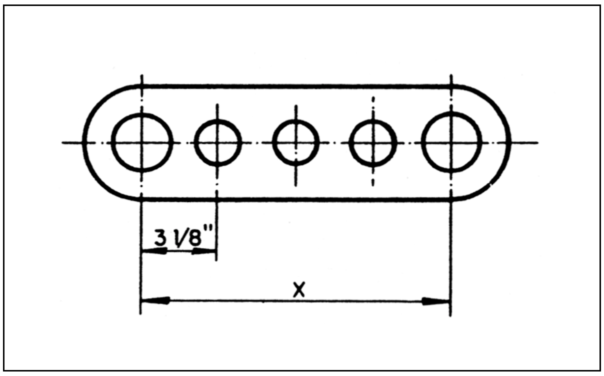
7) Calcule a cota **z** do punção.



8) Determine o diâmetro interno **x**.



9) Calcule a cota **x**.

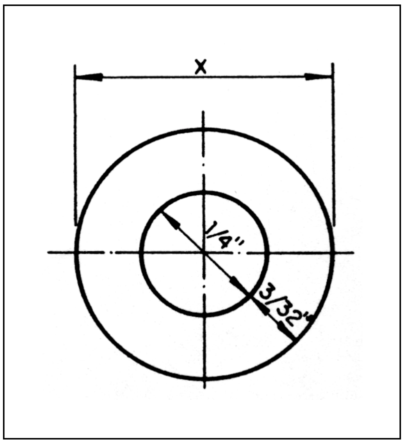


Nota:

Os furos são eqüidistantes.

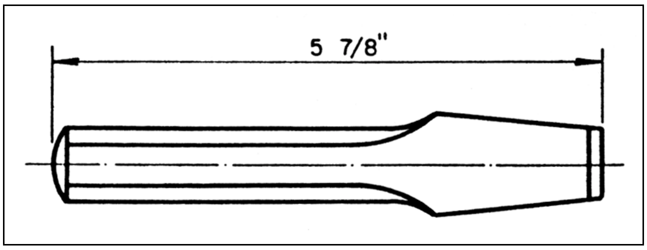
10) O diâmetro interno de uma arruela é de $\frac{1''}{4}$.

Qual é a medida de **x**?



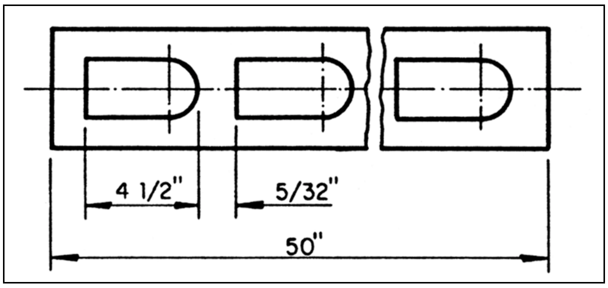
11) Uma talhadeira de barra de aço tem o comprimento de $5\frac{7''}{8}$.

Qual o comprimento da barra necessário para fazer três talhadeiras?

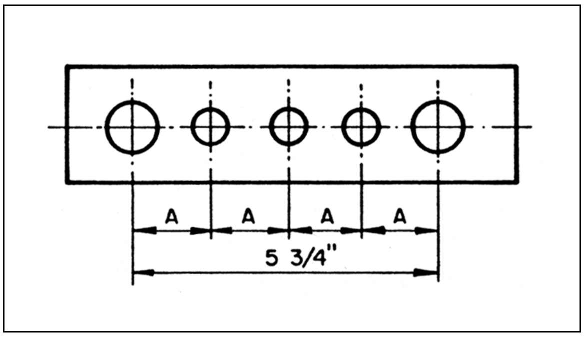


12) Determine o número de peças que podem ser obtidas de uma chapa com 50" de comprimento se a peça a ser estampada mede $4\frac{1''}{2}$.

Para estampar, deve-se observar a distância de $\frac{5}{32''}$ entre uma peça e outra.



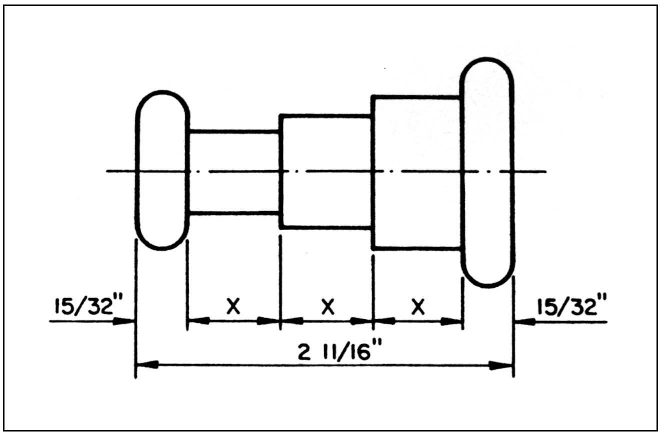
13) Determine **A**.



Nota:

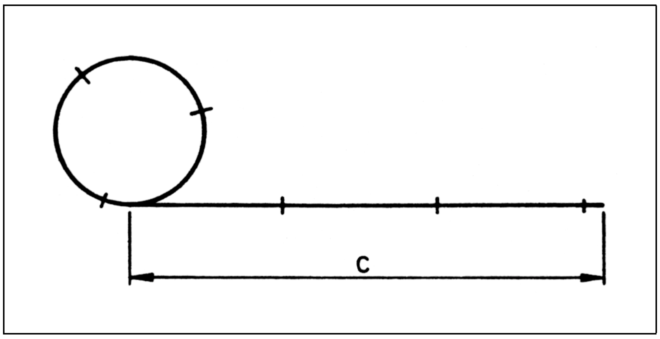
Os furos são eqüidistantes.

14) Calcule **x**.



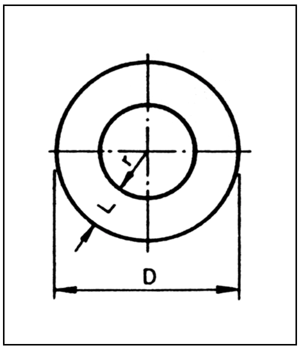
15) Veja o desenho e complete o quadro usando:

D = 2 . R   C = $3\frac{1}{7}$. D



R	**D**	**Cálculos**	**C**
$\frac{3''}{16}$	$\frac{3''}{8}$	$3\frac{1''}{7} . \frac{3''}{8} = \frac{22''}{7} . \frac{3''}{8} = \frac{66''}{56} = 1\frac{5''}{28}$	$1\frac{5''}{28}$
$\frac{1''}{8}$			
$\frac{7''}{24}$			
$\frac{3''}{4}$			

16) Preencha o quadro



	D	L	r
a	$1\frac{1''}{4}$	$\frac{3''}{8}$	
b	$2\frac{3''}{4}$	$\frac{5''}{8}$	
c	$3\frac{7''}{8}$	$\frac{7''}{16}$	
d	$6\frac{3''}{4}$	$\frac{11''}{16}$	
e		$2\frac{1''}{8}$	$3\frac{5''}{8}$

17) Faça as operações abaixo:

a) (-5) + (-3) =

b) (+3) - (-5) =

c) (-3) - (+4) + 10 =

d) 7 - 6 - (-8) =

e) (-15) . (-9) =

f) (+3) . (-4) =

g) (-8) . (+3) =

h) (+40) : (-5) =

i) (-24) : (+3) =

j) (-32) : (-4) =

18) Converta em cm: 0,36dm, 312mm, 0,8m, 3,7dm, 0,01m, 62,8mm, 0,68dm.

19) Converta em dm: 3,21m, 0,48m, 3,4mm, 8,6cm, 7,88mm, 32,08m, 7,85cm.

20) Converta em mm: 1,43cm, 6,82m, 5,8dm, 0,3m, 6,76cm, 0,685m, 0,0045dm.

21) Converta em m: 2,84dm, 7621cm, 0,5mm, 7,8cm, 3,41dm, 482,5mm, 0,85cm.

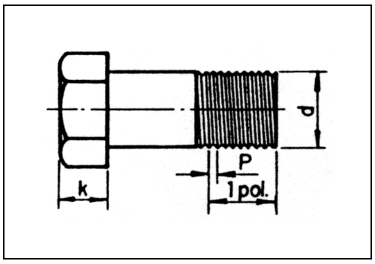
22) Some em mm: 3,42m + 34cm + 68,1dm + 34,1mm + 0,085m + 3,485cm + 0,05dm.

23) Some em cm: 3,42m + 38cm + 0,12mm + 0,03dm + 0,045m + 0,00875dm + 22,2cm.

24) Calcule e dê o resultado em m: 86,4m - 8,2cm - 3,45cm - 0,87dm - 0,0034m - 0,082dm.

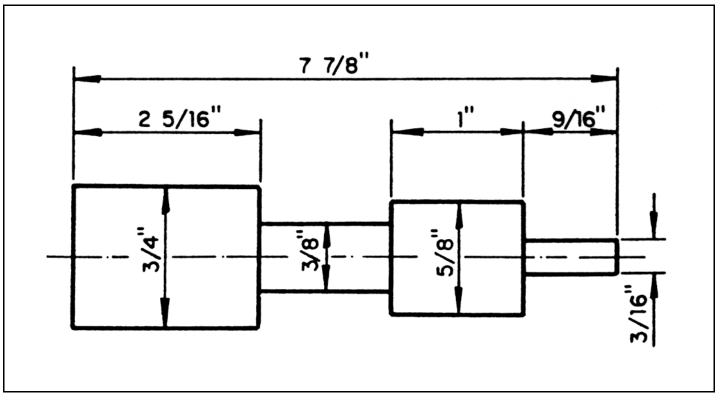
25) De uma barra quadrada de aço com 1430mm de comprimento, retira-se 138cm. Que comprimento ficou a barra em metros e em polegadas?

26) Calcule a altura da cabeça do parafuso de 1 3/4'' em mm. Para a cabeça do parafuso vale a relação de 0,7 do diâmetro nominal.



27) Calcule o passo da rosca para um parafuso de 1/2" (20 voltas por polegadas) em polegadas e em mm.

28) Transforme as medidas da figura abaixo em mm.



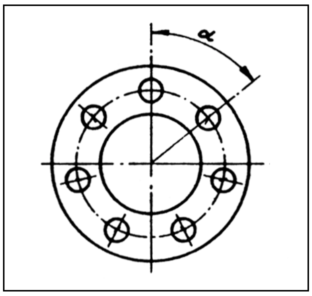
29) Efetue as seguintes operações:

a) 143h36m18s - 45h39m26s =

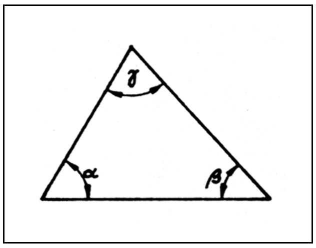
b) $14^0 46' + 181^0 34'' + 37^0 8' + 9^0 12' 32'' =$

30) Em 32h38min42s fabricam-se quatro peças iguais. Calcule o tempo para fabricar uma peça.

31) A flange de um tubo é presa com sete parafusos. Calcule o ângulo entre os parafusos.



32) A soma de dois ângulos de um triângulo é de 139^0 37' 4" . Calcule o terceiro ângulo sabendo-se que $\alpha + \beta + \gamma = 180^0$.



Potenciação - Radiciação

Objetivos

Ao final desta unidade o participante deverá:

Ser capaz de:

- Calcular a potência de um número (aplicando as regras básicas);
- Extrair a raiz quadrada.

Potenciação

Potenciação é a operação que tem por objetivo obter o produto de fatores iguais.

$a^3 = a \text{ x } a \text{ x } a$

$a^X = a \text{ x } a \text{ x } a \text{ x } a$ (x vezes)

$3^a = 3 \text{ x } 3$ (a vezes)

$$\underbrace{2 \text{ x } 2 \text{ x } 2 \text{ x } 2 \text{ x } 2}_{\downarrow \atop \text{5 fatores iguais}} = 2^5 = 32$$

$$\underset{\underset{\text{Base}}{\downarrow}}{\overset{\overset{\text{expoente}}{\uparrow}}{2^5}} = 32 \rightarrow \text{potência}$$

- O número 2, tomado como fator, chama-se **base**.

- O número 5, que indica quantas vezes o fator aparece, chama-se **expoente**.

- O número 32, que é o resultado, chama-se **potência.**

Leitura:
Dois elevado à quinta potência ou simplesmente dois elevado à quinta.

Quando a base for 1, qualquer que seja o expoente, a potência será sempre 1.

$1^2 = 1 \text{ x } 1 = 1$
$1^5 = 1 \text{ x } 1 \text{ x } 1 \text{ x } 1 \text{ x } 1 = 1$

Quando a base for 0, qualquer que seja o expoente diferente de 0, a potência será sempre 0.

$0^2 = 0$
$0^5 = 0$

Qualquer que seja a base, quando elevada ao expoente 1, a potência será sempre a própria base.

$8^1 = 8$
$12^1 = 12$

Qualquer base diferente de zero elevada a zero é sempre igual a 1.

$4^0 = 1$
$6^0 = 1$

Para calcular uma potência de base 10, com qualquer que seja o expoente, basta acrescentar tantos zeros à direita de 1 quantas forem as unidades do expoente.

$$\underset{\substack{\downarrow \\ \text{4 unidades}}}{10^4} = \underbrace{10 \text{ x } 10 \text{ x } 10 \text{ x } 10}_{\substack{\downarrow \\ \text{4 zeros}}} = 1\underbrace{0\,000}_{\substack{\downarrow \\ \text{4 zeros}}}$$

$$10^5 = 1\underbrace{00\,000}_{\substack{\downarrow \\ \text{5 zeros}}}$$

Observação

As potências de base dez servem para simplificar a representação de um número.

$1500000 = 1{,}5 \cdot 10^6$

$0{,}00002 = 2 \cdot 10^{-5}$

$1/10^3 = 10^{-3}$

Multiplicação de potências de mesma base

Conserva-se a base e adicionam-se os expoentes.

$4^3 \times 4^2$

$(4 \times 4 \times 4) \times (4 \times 4) \Rightarrow 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \Rightarrow 4^5$

5 fatores $\Rightarrow$ $(3 + 2)$ $\Rightarrow$ 5 fatores

$4^3 \times 4^2 = 4^{3+2} = 4^5$

Divisão de potências de mesma base

Conserva-se a base e subtraem-se os expoentes.

$7^4 : 7^2 = 7^{4-2} = 7^2$

$5^2 : 5^2 = 5^{2-2} = 5^0$

$25 : 25 = 1$

$\boxed{5^0 = 1}$

Potência de potência

Para elevar uma potência a outra, multiplica-se cada expoente interno pelo externo.

$(3^2 \cdot 2^3)^2 = (3^2 \cdot 2^3) \cdot (3^2 \cdot 2^3)$

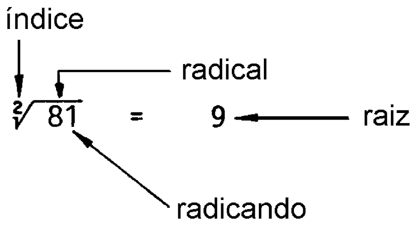
$= 3^{2 \cdot 2} \cdot 2^{3 \cdot 2} = 3^4 \cdot 2^6$

$\boxed{(3^2 \cdot 2^3)^2 = 3^4 \cdot 2^6}$

Radiciação

Radiciação é a operação inversa da potenciação.

Representam-se e denominam-se os termos da radiciação conforme o esquema abaixo:



Exemplos de leitura de radiciação.

$\sqrt[3]{8} = 2$ - lê-se raiz terceira (cúbica) de oito.

$\sqrt{16} = 4$ - lê-se raiz segunda (quadrada) de 16.

A raiz primeira ou raiz um de qualquer número é o próprio número.

$\sqrt{5} = 5$ - lê-se raiz primeira de cinco.

Extração de raiz quadrada

Raiz quadrada exata

Raiz quadrada de certo número é outro número que, multiplicado por si mesmo, reproduz exatamente o número dado.

$$\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$$
$$\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$$

Observação

Para números que não possuem raiz quadrada exata, podemos usar uma raiz aproximada, ou seja:

- **Raiz quadrada por falta**

  Quando o número elevado ao quadrado é aproximado ao número do qual se deseja extrair a raiz quadrada, porém **menor** que ele.

  $\sqrt{90}$

  $9^2 = 81 \Rightarrow 81 < 90$

  então: 9 é a raiz quadrada de 90 **por falta.**

- **Raiz quadrada por excesso**

  Quando o número elevado ao quadrado é aproximado ao número do qual se deseja extrair a raiz quadrada, porém **maior** que ele.

  $\sqrt{90}$

  $10^2 = 100 \Rightarrow 100 > 90$

  então: 10 é a raiz quadrada de 90 **por excesso.**

Método para extrair a raiz quadrada

Determinar a raiz quadrada de 8464.

1) Separar, no radicando, grupos de 2 algarismos, da direita para a esquerda. O **1º grupo** a partir da esquerda poderá conter apenas **1 algarismo**.

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{84.64} & \underline{\qquad} \\ & \\ & \end{array}$$

2) Extrair a raiz quadrada do 1º grupo. Essa raiz é 9 por falta. Escreve-se 9 na raiz.

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{84.64} & \underline{9\quad} \\ & \\ & \end{array}$$

3) Escrever o quadrado do número encontrado ($9^2 = 81$) abaixo do 1º grupo e fazer a subtração.

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{84.64} & \underline{9\;\;} \\ -\underline{81} & \\ 03 & \end{array}$$

4) Baixar o grupo seguinte ao lado do resto, separando, no número formado, o algarismo da direita com um ponto (36.4).

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{84\;\;64} & \underline{9\;\;} \\ -\underline{81}\;\; & \\ 036.4 & \end{array}$$

5) Dobrar a raiz - (9 x 2 = 18).

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{84\;\;64} & \underline{9\qquad\quad} \\ -\underline{81}\;\; & 9 \times 2 = 18 \\ 036.4 & \end{array}$$

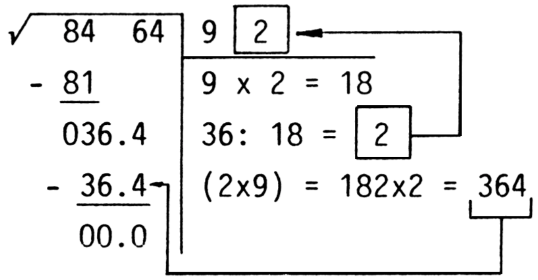
6) Dividir o número à esquerda do ponto (36) pelo dobro da raiz (18).

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{84\;\;64} & \underline{9\qquad\quad} \\ -\underline{81}\;\; & 9 \times 2 = 18 \\ 036.4 & 36 : 18 = 2 \end{array}$$

7) Colocar o quociente encontrado (2) à direita do dobro da raiz (18), formando o número 182, que deve ser multiplicado pelo mesmo quociente (2).

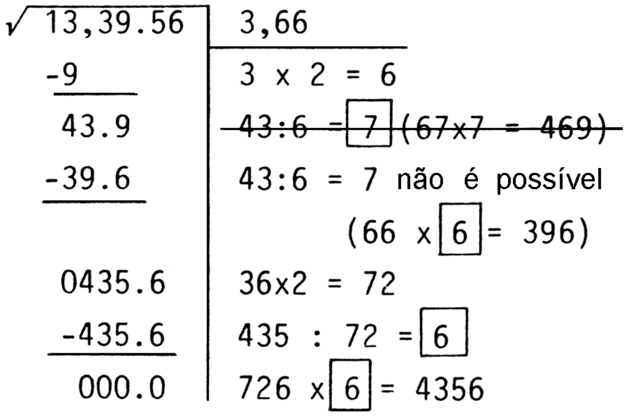
$$\begin{array}{r|l} \sqrt{84\;\;64} & \underline{9\qquad\qquad} \\ -\underline{81}\;\; & 9 \times 2 = 18 \\ 036.4 & 36 : 18 = 2 \\ & 182 \times 2 = 364 \end{array}$$

8) Em seguida, transportar o produto obtido (364) para baixo do novo radicando (364) e fazer a subtração. Transportar também o quociente (2) para a raiz, que passa a ser 92.

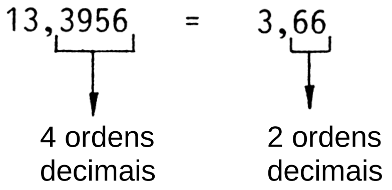


Raiz quadrada de números decimais

Para extrair a raiz quadrada de números decimais, é necessário que se tenha um número de ordens sempre par, e o número de ordens decimais da raiz será a metade do número de ordens decimais do radicando.



469 é maior que 439 e não pode ser subtraído; deve-se tomar então o número logo abaixo do valor do quociente encontrado (no caso, 6).



Raiz quadrada com aproximação

- **Com aproximação de 0,1**

  É necessário que o número do radicando tenha duas ordens decimais.

$\sqrt{7} = \sqrt{7{,}00} \cong 2{,}6$

acrescentam-se duas ordens decimais

$\sqrt{7{,}00}$	2,6
- 4	2 x 2 = 4
30.0	~~30 : 4 - 7 (47 x 7 = 329) 329 > 300~~
- 27.6	46 x 6 = 276
24	

- **Com aproximação de 0,01**

  É necessário que o número do radicando tenha quatro ordens decimais.

Com aproximação de 0,001, é necessário que o número do radicando tenha seis ordens decimais, e assim sucessivamente.

$\sqrt{7} = \sqrt{7{,}0000} \cong 2{,}64$

$\sqrt{7{,}00.00}$	2,64
- 4	2 x 2 = 4
300	~~30 : 4 = 7 (47 x 7 = 320) 329 > 300~~
- 276	46 x 6 = 276
02400	26 x 2 = 52
- 2400	240:52 = 4 (524x4=2096)
0000	2096 < 2400

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
1	1	1	1,000 0	1,000 0
2	4	8	1,414 2	1,259 9
3	9	27	1,732 1	1,442 2
4	16	64	2,000 0	1,587 4
5	25	125	2,236 1	1,710 0
6	36	216	2,449 5	1,817 1
7	49	343	2,645 8	1,912 9
8	64	512	2,828 4	2,000 0
9	81	729	3,000 0	2,080 1
10	100	1 000	3,162 3	2,154 4
11	121	1 331	3,316 6	2,224 0
12	144	1 728	3,464 1	2,289 4
13	169	2 197	3,605 6	2,351 3
14	196	2 744	3,741 7	2,410 1
15	225	3 375	3,873 0	2,466 2
16	256	4 096	4,000 0	2,519 8
17	289	4 913	4,123 1	2,571 3
18	324	5 832	4,242 6	2,620 7
19	361	6 859	4,358 9	2,668 4
20	400	8 000	4,472 1	2,714 4
21	441	9 261	4,582 6	2,758 9
22	484	10 648	4,690 4	2,802 0
23	529	12 167	4,795 8	2,843 9
24	576	13 824	4,899 0	2,884 5
25	625	15 625	5,000 0	2,924 0
26	676	17 576	5,099 0	2,962 5
27	729	19 683	5,196 2	3,000 0
28	784	21 952	5,291 5	3,036 6
29	841	24 389	5,385 2	3,072 3
30	900	27 000	5,477 2	3,107 2
31	961	29 791	5,567 8	3,141 4
32	1 024	32 768	5,656 9	3,174 8
33	1 089	35 937	5,744 6	3,207 5
34	1 156	39 304	5,831 0	3,239 6
35	1 225	42 875	5,916 1	3,271 1
36	1 296	46 656	6,000 0	3,301 9
37	1 369	50 653	6,082 8	3,332 2
38	1 444	54 872	6,164 4	3,362 0
39	1 521	59 319	6,245 0	3,391 2
40	1 600	64 000	6,324 6	3,420 0

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
41	1 681	68 921	6,403 1	3,448 2
42	1 764	74 088	6,480 7	3,476 0
43	1 849	79 507	6,557 4	3,503 4
44	1 936	85 184	6,633 2	3,530 3
45	2 025	91 125	6,708 2	3,556 9
46	2 116	97 336	6,782 3	3,583 0
47	2 209	103 823	6,855 7	3,608 8
48	2 304	110 592	6,928 2	3,634 2
49	2 401	117 649	7,000 0	3,659 3
50	2 500	125 000	7,071 1	3,684 0
51	2 601	132 651	7,141 4	3,708 4
52	2 704	140 608	7,211 1	3,732 5
53	2 809	148 877	7,280 1	3,756 3
54	2 916	157 464	7,348 5	3,779 8
55	3 025	166 375	7,416 2	3,803 0
56	3 136	175 616	7,483 3	3,825 9
57	3 249	185 193	7,549 8	3,848 5
58	3 364	195 112	7,615 8	3,870 9
59	3 481	205 379	7,681 1	3,893 0
60	3 600	216 000	7,746 0	3,914 9
61	3 721	226 981	7,810 2	3,936 5
62	3 844	238 328	7,874 0	3,957 9
63	3 969	250 047	7,937 3	3,979 1
64	4 096	262 144	8,000 0	4,000 0
65	4 225	274 625	8,062 3	4,020 7
66	4 356	287 496	8,124 0	4,041 2
67	4 489	300 763	8,185 4	4,061 5
68	4 624	314 432	8,246 2	4,081 7
69	4 761	328 509	8,306 6	4,101 6
70	4 900	343 000	8,366 6	4,121 3
71	5 041	357 911	8,426 1	4,140 8
72	5 184	373 248	8,485 3	4,160 2
73	5 329	389 017	8,544 0	4,179 3
74	5 476	405 224	8,602 3	4,198 3
75	5 625	421 875	8,660 3	4,217 2
76	5 776	438 976	8,717 8	4,235 8
77	5 929	456 533	8,775 0	4,254 3
78	6 084	474 552	8,831 8	4,272 7
79	6 241	493 039	8,888 2	4,290 8
80	6 400	512 000	8,944 3	4,308 9

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
81	6 561	531 441	9,000 0	4,326 7
82	6 724	551 368	9,055 4	4,344 5
83	6 889	571 787	9,110 4	4,362 1
84	7 056	592 704	9,165 2	4,379 5
85	7 225	614 125	9,219 5	4,396 8
86	7 396	636 056	9,273 6	4,414 0
87	7 569	658 503	9,327 4	4,431 0
88	7 744	681 472	9,380 8	4,448 0
89	7 921	704 969	9,434 0	4,464 7
90	8 100	729 000	9,486 8	4,481 4
91	8 281	753 571	9,539 4	4,497 9
92	8 464	778 688	9,591 7	4,514 4
93	8 649	804 357	9,643 7	4,530 7
94	8 836	830 584	9,695 4	4,546 8
95	9 025	857 375	9,746 8	4,562 9
96	9 216	884 736	9,798 0	4,578 9
97	9 409	912 673	9,848 9	4,594 7
98	9 604	941 192	9,899 5	4,610 4
99	9 801	970 299	9,949 9	4,626 1
100	10 000	1 000 000	10,000 0	4,641 6
101	10 201	1 030 301	10,049 9	4,657 0
102	10 404	1 061 208	10,099 5	4,672 3
103	10 609	1 092 727	10,148 9	4,687 5
104	10 816	1 124 864	10,198 0	4,702 7
105	11 025	1 157 625	10,247 0	4,717 7
106	11 236	1 191 016	10,295 6	4,732 6
107	11 449	1 225 043	10,344 1	4,747 5
108	11 664	1 259 712	10,392 3	4,762 2
109	11 881	1 295 029	10,440 3	4,776 9
110	12 100	1 331 000	10,488 1	4,791 4
111	12 321	1 367 631	10,535 7	4,805 9
112	12 544	1 404 928	10,583 0	4,820 3
113	12 769	1 442 897	10,630 1	4,834 6
114	12 996	1 481 544	10,677 1	4,848 8
115	13 225	1 520 875	10,723 8	4,862 9
116	13 456	1 560 896	10,770 3	4,877 0
117	13 689	1 601 613	10,816 7	4,891 0
118	13 924	1 643 032	10,862 8	4,904 9
119	14 161	1 685 159	10,908 7	4,918 7
120	14 400	1 728 000	10,954 5	4,932 4

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
121	14 641	1 771 561	11,000 0	4,946 1
122	14 884	1 815 848	11,045 4	4,959 7
123	15 129	1 860 867	11,090 5	4,973 2
124	15 376	1 906 624	11,135 5	4,986 6
125	15 625	1 953 125	11,180 3	5,000 0
126	15 876	2 000 376	11,225 0	5,013 3
127	16 129	2 048 383	11,269 4	5,026 5
128	16 384	2 097 152	11,313 7	5,039 7
129	16 641	2 146 689	11,357 8	5,052 8
130	16 900	2 197 000	11,401 8	5,065 8
131	17 161	2 248 091	11,445 5	5,078 8
132	17 424	2 299 968	11,489 1	5,091 6
133	17 689	2 352 637	11,532 6	5,104 5
134	17 956	2 406 104	11,575 8	5,117 2
135	18 225	2 460 375	11,619 0	5,129 9
136	18 496	2 515 456	11,661 9	5,142 6
137	18 769	2 571 353	11,704 7	5,155 1
138	19 044	2 628 072	11,747 3	5,167 6
139	19 321	2 685 619	11,789 8	5,180 1
140	19 600	2 744 000	11,832 2	5,192 5
141	19 881	2 803 221	11,874 3	5,204 8
142	20 164	2 863 288	11,916 4	5,217 1
143	20 449	2 924 207	11,958 3	5,229 3
144	20 736	2 985 984	12,000 0	5,241 5
145	21 025	3 048 625	12,041 6	5,253 6
146	21 316	3 112 136	12,083 0	5,265 6
147	21 609	3 176 523	12,124 4	5,277 6
148	21 904	3 241 792	12,165 5	5,289 6
149	22 201	3 307 949	12,206 6	5,301 5
150	22 500	3 375 000	12,247 4	5,313 3
151	22 801	3 442 951	12,288 2	5,325 1
152	23 104	3 511 808	12,328 8	5,336 8
153	23 409	3 581 577	12,369 3	5,348 5
154	23 716	3 652 264	12,409 7	5,360 1
155	24 025	3 723 875	12,449 9	5,371 7
156	24 336	3 796 416	12,490 0	5,383 2
157	24 649	3 869 893	12,530 0	5,394 7
158	24 964	3 944 312	12,569 8	5,406 1
159	25 281	4 019 679	12,609 5	5,417 5
160	25 600	4 096 000	12,649 1	5,428 8

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
161	25 921	4 173 281	12,688 6	5,440 1
162	26 244	4 251 528	12,727 9	5,451 4
163	26 569	4 330 747	12,767 1	5,462 6
164	26 896	4 410 944	12,806 2	5,473 7
165	27 225	4 492 125	12,845 2	5,484 8
166	27 556	4 574 296	12,884 1	5,495 9
167	27 889	4 657 463	12,922 8	5,506 9
168	28 224	4 741 632	12,961 5	5,517 8
169	28 561	4 826 809	13,000 0	5,528 8
170	28 900	4 913 000	13,038 4	5,539 7
171	29 241	5 000 211	13,076 7	5,550 5
172	29 584	5 088 448	13,114 9	5,561 3
173	29 929	5 177 717	13,152 9	5,572 1
174	30 276	5 268 024	13,190 9	5,582 8
175	30 625	5 359 375	13,228 8	5,593 4
176	30 976	5 451 776	13,266 5	5,604 1
177	31 329	5 545 233	13,304 1	5,614 7
178	31 684	5 639 752	13,341 7	5,625 2
179	32 041	5 735 339	13,379 1	5,635 7
180	32 400	5 832 000	13,416 4	5,646 2
181	32 761	5 929 741	13,453 6	5,656 7
182	33 124	6 028 568	13,490 7	5,667 1
183	33 489	6 128 487	13,527 7	5,677 4
184	33 856	6 229 504	13,564 7	5,687 7
185	34 225	6 331 625	13,601 5	5,698 0
186	34 596	6 434 856	13,638 2	5,708 3
187	34 969	6 539 203	13,674 8	5,718 5
188	35 344	6 644 672	13,711 3	5,728 7
189	35 721	6 751 269	13,747 7	5,738 8
190	36 100	6 859 000	13,784 0	5,748 9
191	36 481	6 967 871	13,820 3	5,759 0
192	36 864	7 077 888	13,856 4	5,769 0
193	37 249	7 189 057	13,892 4	5,779 0
194	37 636	7 301 384	13,928 4	5,789 0
195	38 025	7 414 875	13,964 2	5,798 9
196	38 416	7 529 536	14,000 0	5,808 8
197	38 809	7 645 373	14,035 7	5,818 6
198	39 204	7 762 392	14,071 2	5,828 5
199	39 601	7 880 599	14,106 7	5,838 3
200	40 000	8 000 000	14,142 1	5,848 0

Exercícios

1) Resolva:

a) $4^2 . 4^3 =$

b) $a^2 . b^2 =$

c) $a^5 . a^4 =$

d) $5^3 . 2^2 =$

e) $(4^2 . 3^3)^2 =$

f) $(2^3 . 4^6)^3 =$

g) $6^3 : 5^2 =$

h) $a^2 : b^2 =$

i) $4^2 : 4^2 =$

j) $\frac{a^4}{a^2} =$

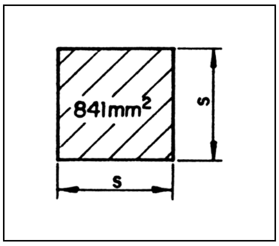
k) $\frac{a^4}{a^4} =$

l) $\dfrac{57^2}{19^2} =$

m) $\dfrac{68a^2}{0{,}17a^2} =$

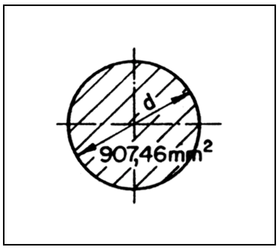
2) Calcule

a)



S = ?

b)



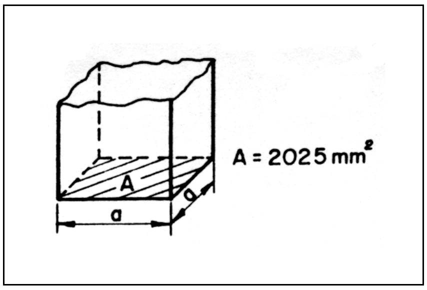
d = ?

c) $\sqrt{2916}$

d) $\sqrt{4{,}53}$

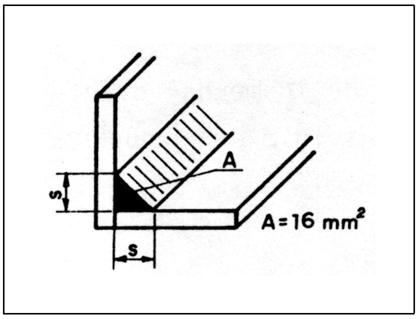
e) $\sqrt{0{,}8436}$

3) Um punção perfurador com corte transversal quadrado tem 2025mm^2 de superfície. Calcule o comprimento dos lados.



4) A secção transversal de um cordão de solda é de 16mm^2. Calcule o comprimento dos catetos.

A fórmula da área de um triângulo é $A = \frac{S^2}{2}$



Razão - Proporção - Regra de três

Objetivos

Ao final desta unidade o participante deverá:

Ser capaz de

- Resolver problemas com sucessões de números direta ou inversamente proporcionais e dividir uma grandeza em partes proporcionais;
- Identificar e denominar os termos de uma razão e de uma proporção;
- Calcular razão e proporção utilizando as regras básicas de operação;
- Resolver problemas aplicando as regras de três simples e composta e problemas de porcentagem e juros.

Razão e proporção

Razão

Razão entre dois números dados é o quociente do primeiro pelo segundo. Por exemplo, de cada 6 torcedores, 5 torcem pelo Corinthians. Portanto, 5 em 6 são corintianos:

$\frac{5}{6} =$ lê-se 5 para 6.

Os números dados são os termos da razão e, em toda razão, o dividendo é chamado antecedente e o divisor é chamado conseqüente.

$$\frac{12}{2}\;\begin{array}{l}\text{——— antecedente}\\ \text{——— conseqüente}\end{array}$$

ou

12 : 2 ——— conseqüente
└———— antecedente

Proporção
A igualdade entre duas ou mais razões é denominada proporção.

$$\frac{9}{12} = \frac{6}{8} \qquad \text{ou} \qquad 9 : 12 = 6 : 8$$

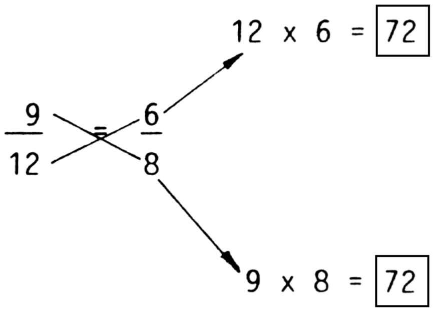
Deve-se ler: 9 está para 12, assim como 6 está para 8.

Os números que se escrevem numa proporção são denominados termos, os quais recebem nomes especiais: o primeiro e o último termos recebem o nome de extremos e os outros dois recebem o nome de meios.

$$\frac{\overset{\text{extremo}}{9}}{\underset{\text{meio}}{12}} = \frac{\overset{\text{meio}}{6}}{\underset{\text{extremo}}{8}}$$

$$\underbrace{9 : \overbrace{12 = 6}^{\text{meios}} : 8}_{\text{extremos}}$$

A propriedade fundamental das proporções é: **o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.**



Grandezas direta e inversamente proporcionais

Grandezas diretamente proporcionais

Duas grandezas são diretamente proporcionais quando, ao se aumentar o valor de uma, certo número de vezes, o valor da outra aumenta o mesmo número de vezes, ou quando, ao se diminuir o valor de uma, o valor da outra diminui o mesmo número de vezes.

Por exemplo, se uma pessoa paga R$ 4,70 por litro de gasolina, por 45 litros pagará 45 x R$ 4,70 = R$ 211,50.

gasolina	preço
1 litro	R$ 4,70
2 litros	R$ 9,40
3 litros	R$ 14,10
10 litros	R$ 47,00
45 litros	R$ 211,50

Nas grandezas diretamente proporcionais, a razão entre os valores correspondentes é constante.

$$\frac{4,70}{1} = \frac{9,40}{2} = \frac{14,10}{3} = \frac{211,50}{45} = \boxed{4,70}$$

Grandezas inversamente proporcionais

Duas grandezas são inversamente proporcionais quando, aumentando o valor de uma, certo número de vezes, o valor da outra diminui o mesmo número de vezes.

velocidade	tempo
90km por hora	2 horas
60km por hora	3 horas
45km por hora	4 horas
36km por hora	5 horas
30km por hora	6 horas

Sempre que duas grandezas são inversamente proporcionais, o produto entre os valores correspondentes é constante.

$$90 \text{ x } 2 = 60 \text{ x } 3 = 36 \text{ x } 5 = 30 \text{ x } 6 = \boxed{180}$$

Regra de três

Por meio da regra de três podemos determinar um quarto valor de uma proporção se conhecermos os outros três valores.

A regra de três baseia-se na propriedade fundamental das proporções:

- **O produto dos extremos é igual ao produto dos meios.**

$$\underbrace{7 : \overbrace{2 = 14}^{\text{meio}} : 4}_{\text{extremo}}$$

$$\frac{7}{2} = \frac{14}{4} \quad \begin{array}{l} \longrightarrow 2 \;.\; 14 = 28 \\ \longrightarrow 7 \;.\; 4 = 28 \end{array}$$

Exemplos:

a) $\frac{x}{2} = \frac{12}{4}$

$4 \cdot x = 2 \cdot 12$

$x = \frac{2 \cdot 12}{4}$

$\boxed{x = 6}$

b) $\frac{15}{x} = \frac{3}{5}$

$x \cdot 3 = 15 \cdot 5$

$x = \frac{15 \cdot 5}{3}$

$\boxed{x = 25}$

c) $\frac{9}{y} = \frac{y}{4}$

$y^2 = 9 \cdot 4$

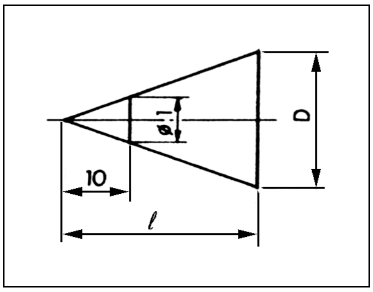
$y^2 = 36$

$y = \sqrt{36}$

$\boxed{y = 6}$

Exemplos de aplicação da regra de três

O diâmetro e o comprimento de um cone estão em uma razão direta de 1 : 10. Calcule o diâmetro correspondente ao comprimento de 150mm.



diâmetro : comprimento
1 : 10
x : 150

$$1 : 10 = x : 150$$

$$10 \cdot x = 1 \cdot 150$$

$$x = \frac{1 \cdot 150}{10}$$

$$\boxed{x = 15\text{mm}}$$

Regra de três composta

A regra de três composta consiste em duas ou mais regras de três simples.

Exemplo:

Um grupo de 30 operários, trabalhando 8 horas por dia, fundiu 400kg de ferro em 10 dias. Quantos operários serão necessários para fundir 600kg trabalhando 15 dias de 6 horas?

Procedimento:

a) Dispor os elementos da mesma espécie na posição vertical.

operários	horas/dias	material fundido	dias trabalhados
30 op	8h/d	400kg	10d
x op	6h/d	600kg	15d

b) Colocar a razão que contém a incógnita como primeira.

1ª ⟶ 30 op
x op

c) Determinar as razões diretas e inversas colocando as setas, comparando-as sempre com a razão da incógnita.

↓	30 op	↑	8h/d	↓	400kg	↑	10d
	x op		6h/d		600kg		15d

d) Escrever as razões formando as proporções, na mesma posição (diretas), ou invertendo-as, se inversas.

$$\frac{30}{x} = \frac{6}{8} \times \frac{400}{600} \times \frac{15}{10}$$

e) Multiplicar em X (X⇄). O denominador será constituído por todos os números que acompanham a incógnita e o numerador pelos demais valores.

$$x = \frac{30 \times 8 \times 600 \times 10}{6 \times 400 \times 15}$$

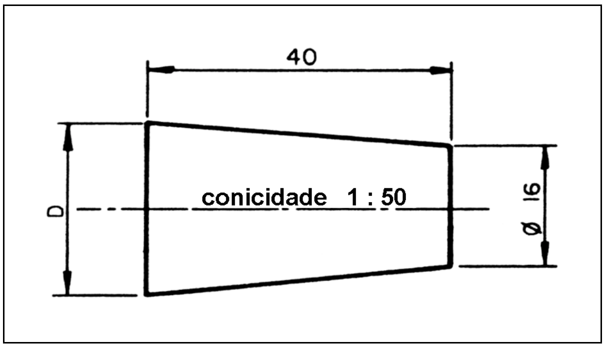
$$\boxed{x = 40}$$

Exercícios

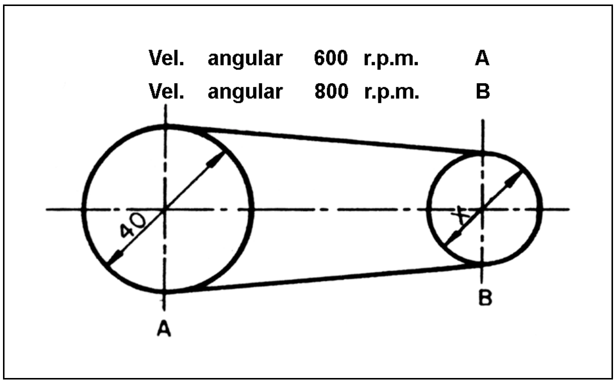
1) Uma chapa de aço de 800x1400mm deve ser representada em um desenho na proporção de 1 : 20. Que comprimento tem os lados do desenho?

2) A escala de um mapa automobilístico é de 1 : 500000. Qual a distância entre dois pontos que no mapa estão a 4,5cm?

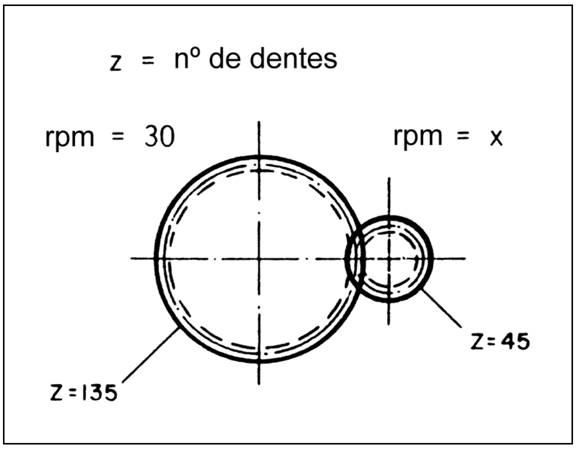
3) Calcule o diâmetro D.



4) Calcule o diâmetro da polia menor.



5) Calcule a rpm x.



6) Um automóvel consome 8,4 litros de gasolina por 100km. Que distância pode percorrer com 40 litros no tanque?

7) Uma liga contém 27kg de cobre e 18kg de zinco. Calcule a proporção de cobre e zinco em porcentagem (%).

8) Trabalhando 6 horas diárias, 17 operários fundiram 510kg de ferro em 10 dias. Quantos operários serão necessários para fundir 1725kg, trabalhando 12 dias e 3 horas?

9) Numa oficina, 16 máquinas trabalhando 5 horas por dia fazem 2400 peças. Para fazer 3000 peças, com 20 máquinas, quantas horas diárias deverão ser trabalhadas?

10) Uma estamparia produz 1050 estampas por dia. Se houver um aumento de 8% na produção, quanto passará a produzir diariamente?

11) Comprou-se uma máquina por R$ 4.500.000,00 dando-se de entrada R$ 900.000,00. De quanto foi a entrada, em porcentagem?

12) Efetuei uma compra no valor de R$ 4.500,00. Para pagamento a vista, a empresa oferece um desconto de 12%; em 30 dias, há um acréscimo de 7%. Pergunta-se: quanto pagarei a vista? E a prazo?

Equação de 1º grau

Objetivos

Ao final desta unidade o participante deverá:

Ser capaz de
- Resolver problemas de equação do 1º grau;
- Transformar fórmulas e isolar incógnitas.

Equação do 1º grau

As sentenças matemáticas expressam sempre um pensamento completo:

"dois mais cinco é igual a sete" que em linguagem simbólica, escreve-se:

2 + 5 = 7

A sentença matemática é composta de três partes:

$\boxed{2 + 5}$ = $\boxed{7}$

↓ ↓ ↓

1º membro - sinal - 2º membro

(= , > , <)

Quando não se conhece algum elemento da sentença, este pode ser representado por uma letra ou por um símbolo qualquer. Estas sentenças são chamadas de **sentenças abertas.**

Equações são sentenças abertas que possuem o sinal de igualdade (=). E chamamos **equação de 1º grau** a uma equação que tenha a incógnita elevada ao expoente um.

Equações de 1º grau

$z + 5 = 15$

$x + 3 = 4$

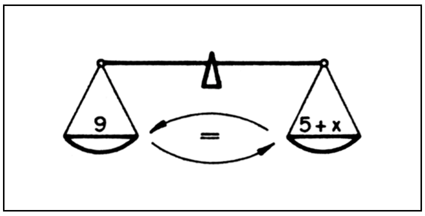
$3{,}8 + 7{,}6 = y$

As letras ou símbolos **x, y, z** que representam os valores desconhecidos recebem o nome de incógnitas ou variáveis.

Os valores encontrados para as incógnitas ou variáveis constituem a solução da equação.

Uma equação pode ser comparada a uma balança que está sempre em equilíbrio.

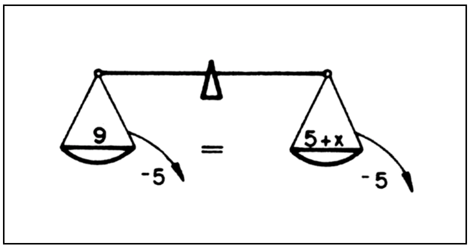
$9 = 5 + x$



$9 = 5 + x$

$5 + x = 9$

Quando adicionamos ou subtraímos algum valor a um membro, deveremos adicionar ou subtrair o mesmo valor ao outro membro para manter o equilíbrio.



$9 = 5 + x$

$9 \boxed{-5} = 5 + x \boxed{-5}$

$\boxed{4 = x}$

Regras básicas para resolução de equação do $1^{\underline{o}}$ grau

A incógnita deve sempre ficar somente em um membro da equação ($1^{\underline{o}}$ membro).

$$x + 5 = 7 - x$$

$$x + 5 \boxed{+ x} = 7 - x \boxed{+ x}$$

$$2x + 5 = 7$$

Sempre que um valor mudar de membro, terá a operação inversa da que tinha no outro membro (sinal diferente).

$$3 \,.\, x = 6$$

$$x = \frac{6}{3}$$

Podem-se inverter os membros de uma equação, pois os dois membros são iguais.

$$8 = x + 3$$

$$x + 3 = 8$$

O primeiro elemento da equação não deve ser negativo. Caso isso aconteça, devem-se multiplicar ambos os membros da equação por (- 1), para que se mantenha a igualdade.

$$-3x = 4$$

$$(-1) \,.\, -3x = 4 \,.\, (-1)$$

$$3x = -4$$

Caso a incógnita esteja em uma fração, ela deve ficar sempre no numerador da fração, nunca no denominador.

$$\frac{3}{x} = 12$$

$$\frac{3}{x} \,.\, x = 12 \,.\, x$$

$$3 = 12x$$

Exemplos de resolução de equações:

1)

$$x - 7 = 13 \qquad \boxed{+\ 7}$$

$$x - 7 \boxed{+\ 7} = 13 \boxed{+\ 7}$$

$$x = 13 + 7$$

$$\boxed{x = 20}$$

2)

$$5x = 24 \qquad \boxed{:\ 5}$$

$$\frac{5x}{\boxed{5}} = \frac{24}{\boxed{5}}$$

$$x = \frac{24}{5}$$

$$\boxed{x = 4\frac{4}{5}}$$

3)

$$\frac{x}{5} = 11 \qquad \boxed{.\ 5}$$

$$\frac{x \boxed{.\ 5}}{5} = 11\ .\ 5$$

$$\boxed{x = 55}$$

4)

$$6x + 3 = 15 \qquad \boxed{-\ 3}$$

$$6x + 3 \boxed{-\ 3} = 15 \boxed{-\ 3}$$

$$6x = 12$$

$$\frac{6x}{\boxed{6}} = \frac{12}{\boxed{6}} \qquad \boxed{:\ 6}$$

$$\boxed{x = 2}$$

5)

$$\frac{3}{x} = 12$$

$$3 = 12 \boxed{. \; x}$$

$$12x = 3$$

$$x = \frac{3}{\boxed{12}}$$

$$\boxed{x = \frac{1}{4}}$$

6)

$$5x - 4 = 4x + 13$$

$$5x \boxed{- \; 4x} = 13 \boxed{+ \; 4}$$

$$\boxed{x = 17}$$

7)

$$\frac{x + 2}{3} = 2$$

$$\frac{(x + 2)}{3} = 2 \boxed{. \; 3}$$

$$x + 2 = 6$$

$$x = 6 - 2$$

$$\boxed{x = 4}$$

8)

$$13 + 23x = 49x - 13$$

$$23x + 13 = 49x - 13$$

$$49x - 13 = 23x + 13$$

$$49x \boxed{- \; 23x} = 13 \boxed{+ \; 13}$$

$$26x = 26$$

$$x = \frac{26}{26}$$

$$\boxed{x = 1}$$

9) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 1 \quad (MMC = 6)$

$$\frac{3x}{6} + \frac{2x}{6} = \frac{6}{6}$$

$$3x + 2x = 6$$

$$5x = 6$$

$$\boxed{x = \frac{6}{5}}$$

Equações do 1o grau com duas incógnitas (variáveis)

A equação x + y = 5 possui duas variáveis (x e y). Podem-se atribuir infinitos valores para x e obter infinitos valores de y que satisfariam a equação.

Exemplo:

Considerando-se x + y = 5:

Se	$x = 3$	⇒	$3 + y = 5$	⇒	$y = 5 - 3$	⇒	$y = 2$
Se	$x = -2$	⇒	$-2 + y = 5$	⇒	$y = 5 + 2$	⇒	$y = 7$
Se	$x = 4$	⇒	$4 + y = 5$	⇒	$y = 5 - 4$	⇒	$y = 1$
Se	$x = -3$	⇒	$-3 + y = 5$	⇒	$y = 5 + 3$	⇒	$y = 8$
Se	$x = 1$	⇒	$1 + y = 5$	⇒	$y = 5 - 1$	⇒	$y = 4$
Se	$x = 6$	⇒	$6 + y = 5$	⇒	$y = 5 - 6$	⇒	$y = -1$
Se	$x = 0$	⇒	$0 + y = 5$	⇒	$y = 5 - 0$	⇒	$y = 5$
Se	$x = 5$	⇒	$5 + y = 5$	⇒	$y = 5 - 5$	⇒	$y = 0$

Quando há duas incógnitas, são necessárias, no mínimo, duas equações para chegar a uma resolução. São representados da seguinte forma:

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

Para resolver essas equações, é muito comum o método da **substituição**, que consiste em achar o valor de uma das incógnitas da equação e substituí-la na outra.

Exemplos:

1) $\begin{cases} x + y = 5 \ (1) \\ x - y = 3 \ (2) \end{cases}$

(1) $x = 5 - y$, que substituindo em (2) tem-se:

$$\begin{aligned} (2)\ x - y &= 3 \\ (5x - y) - y &= 3 \\ 5 - 2y &= 3 \\ -2y &= 3 - 5 \\ -2y &= -2 \\ y &= \frac{-2}{-2} \end{aligned}$$

$$\boxed{y = 1}$$

Sabendo-se o valor de uma incógnita, pode-se encontrar o valor da outra:

1) $x + y = 5$

$x + 1 = 5$

$x = 5 - 1$

$$\boxed{x = 4}$$

2) $2x = 8 \ (1)$

$x + y = 6 \ (2)$

(1) $2x = 8$

$x = \frac{8}{2}$

$$\boxed{x = 4}$$

(2) $4 + y = 6$

$y = 6 - 4$

$$\boxed{y = 2}$$

Observação

Para comprovar os valores encontrados para as incógnitas, basta colocá-los na equação e efetuar as operações. Obtendo-se os mesmos resultados (não se alterando os valores da equação), os valores estarão corretos.

3) $3x - y = 0 \ (1)$

$2x + y = 5 \ (2)$

$(2)\ 2x + y = 5$

$y + 2x = 5$

$\boxed{y = 5 - 2x}$

$(1)\ 3x - (5 - 2x) = 0$

$3x + 2x = 5$

$5x = 5$

$x = \frac{5}{5}$

$\boxed{x = 1}$

$(2)\ 2x + y = 5$

$y = 5 - 2$

$\boxed{y = 3}$

4) $\begin{cases} x + 2y = 14 \ (1) \\ \frac{x}{y} = 5 \ (2) \end{cases}$

$(2)\ \frac{x}{y} = 5$

$\boxed{x = 5y}$

$(1)\ 5y + 2y = 14$

$7y = 14$

$\boxed{y = 2}$

(2) Se $x + 2y = 14$ e $y = 2$

$x + (2 \,.\, 2) = 14$

$x + 4 = 14$

$\boxed{x = 10}$

Comparação do exemplo 4:

$y = 2$ trocam-se as letras pelos valores encontrados na equação.

$x = 10$

$$\left[\begin{array}{l} x + 2y = 14 \\ \frac{x}{y} = 5 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} 10 + (2 \,.\, 2) = 14 \\ \frac{10}{2} = 5 \end{array}\right.$$

Os valores estão corretos.

Exercícios

1) Determine o valor de x.

a) $6 + x = 18$

b) $18 - x = 14$

c) $x - 6 = 24$

d) $b + x = 18$

e) $d - x = 14$

f) $x - 3 = 24$

g) $14 = 7 + x$

h) $z = 6 - x$

i) $2 . (x - 1) = 4$

j) $7 (x - 3) = 9 (x + 1) - 38$

k) $\frac{x}{2} = \frac{x}{3} - 2 = 13$

l) $\frac{3x}{4} = \frac{5x}{2} - \frac{7}{2}$

2) Determine o valor de h.

a) $\frac{h}{3} = 5$

b) $5 = \frac{h}{4}$

c) $3 = \frac{2h}{9}$

d) $\frac{h}{6} = 0{,}5$

e) $\frac{h}{18} = \frac{2}{3}$

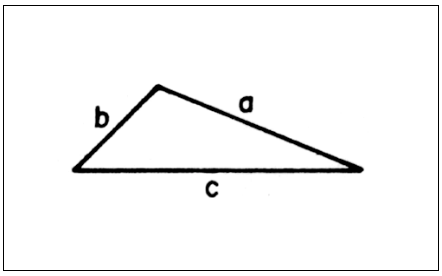
f) $A = \frac{b \, . \, h}{2}$

g) $V = a \, . \, h$

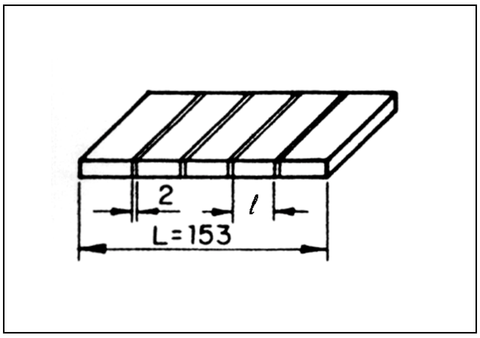
h) $S = h \, (\ell + a)$

i) $m + h = V \, . \, p$

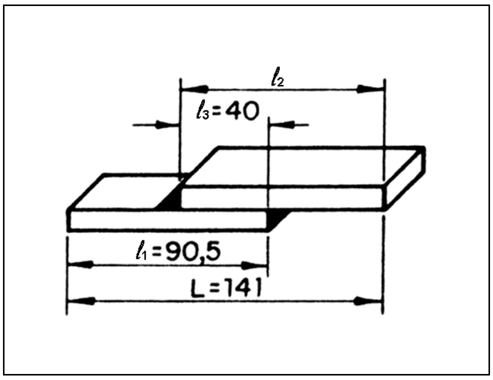
3) Os três lados de um triângulo têm um comprimento total de 318mm. Calcule a base quando os outros dois lados medem respectivamente 114mm e 62mm.



4) Calcule o valor de ℓ.



5) Calcule o valor de ℓ_2.



6) Calcule o valor de x e y.

a) $\begin{cases} x + 3y = 14 \\ 3 - y = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 12x - 2y = 34 \\ x + y = 4 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \dfrac{x}{4} = 2 \\ 2x - 3y = 3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 5x - 2y = -5 \\ 3x + y = 19 \end{cases}$

Geometria

Objetivos

Ao final desta unidade o participante deverá:

Ser capaz de

- Dividir a circunferência em partes iguais;
- Identificar e classificar triângulos quanto aos lados e aos ângulos;
- Calcular o perímetro de polígonos regulares e irregulares;
- Calcular o comprimento de uma circunferência dado seu raio ou diâmetro;
- Escrever os símbolos que representam a unidade de área, múltiplos e submúltiplos e fazer conversões entre essas unidades;
- Calcular as áreas de quadrado, retângulo, triângulo, paralelogramo, losango, trapézio, polígonos regulares com mais de quatro lados e irregulares (subdividindo-os em regulares), círculo e coroa circular.

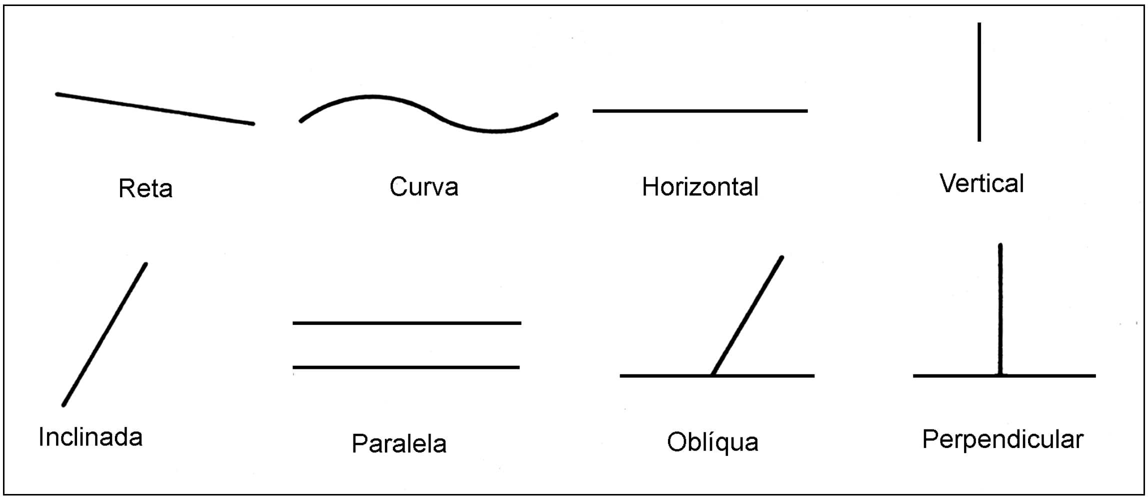
Introdução

Na primeira parte desta unidade, serão apresentadas ilustrações de elementos geométricos: linhas, ângulos, triângulos, quadriláteros, polígonos regulares com mais de quatro lados, círculo e circunferências.

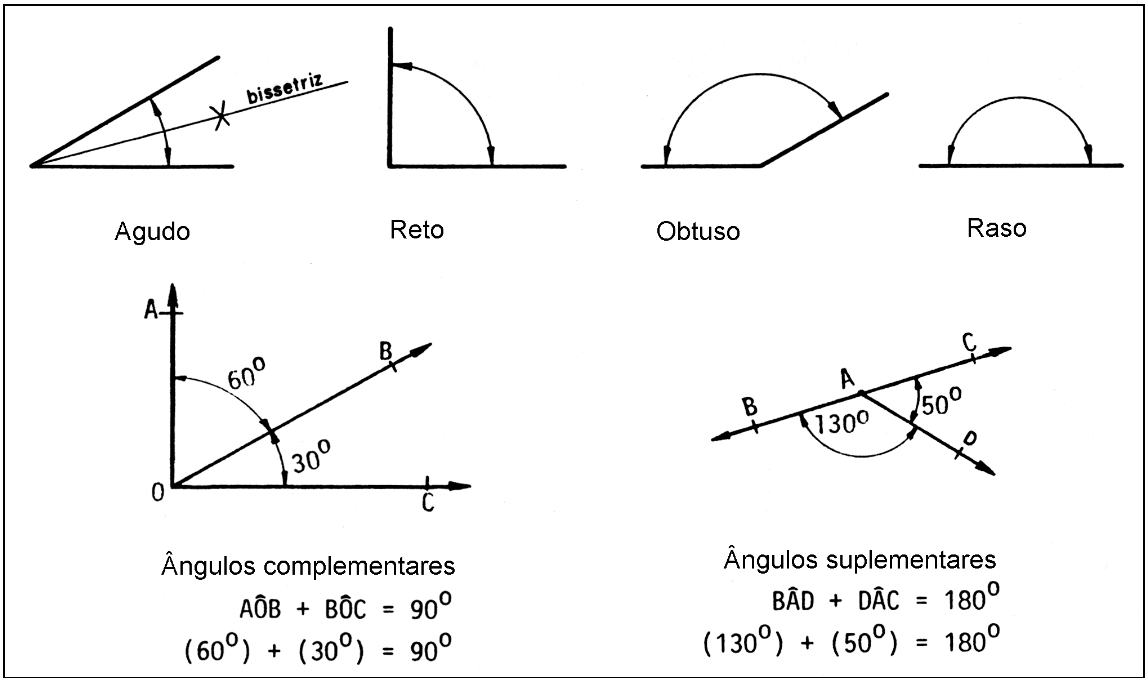
O conhecimento desses elementos servirá como base para o estudo do perímetro (nesta unidade), assim como para estudos posteriores durante o curso.

Elementos geométricos

Linhas



Ângulos

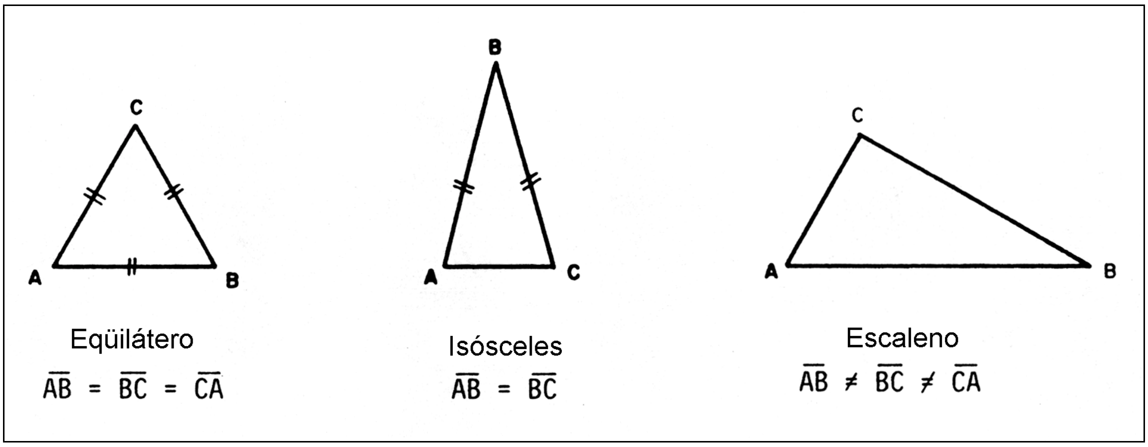


Polígonos

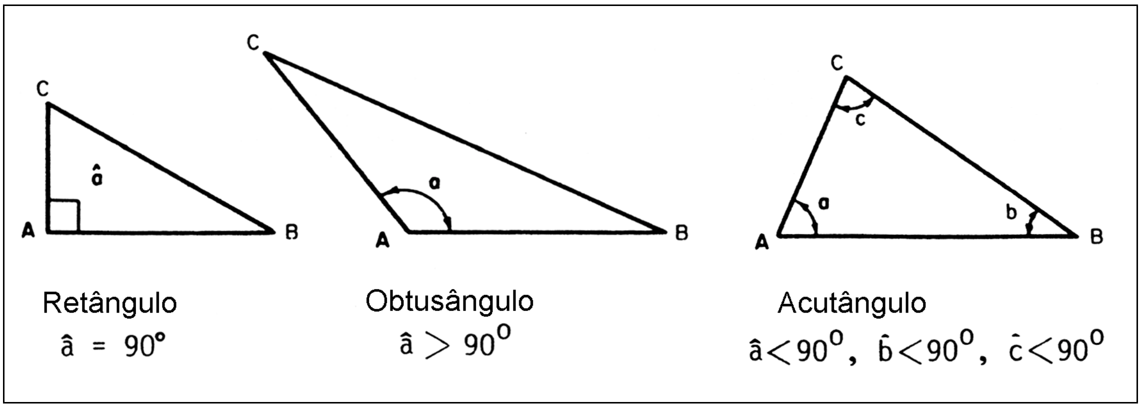
Polígono é uma região plana limitada por uma linha poligonal (vários ângulos) fechada.

Triângulos

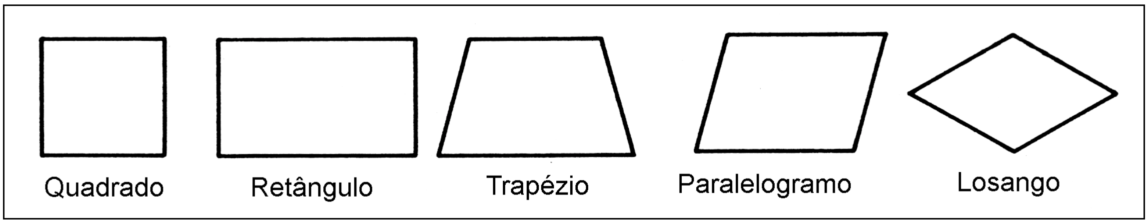
Classificação quanto aos lados.



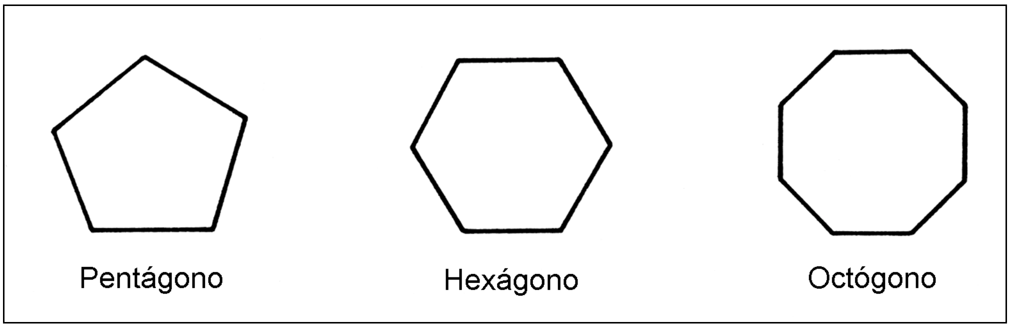
Classificação quanto aos ângulos.



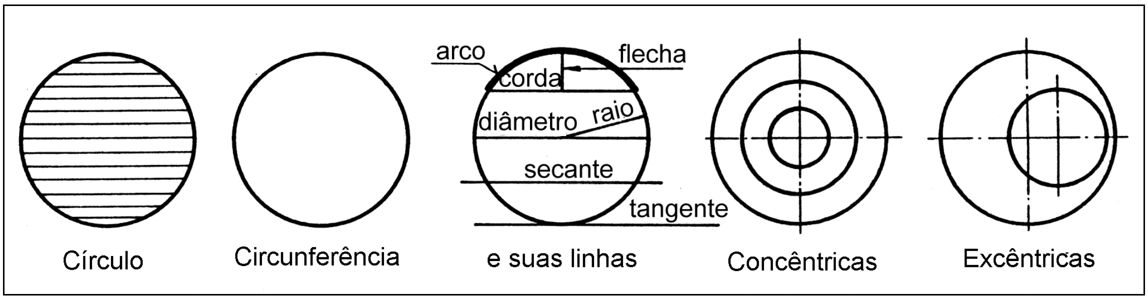
Quadriláteros



Polígonos regulares com mais de quatro lados

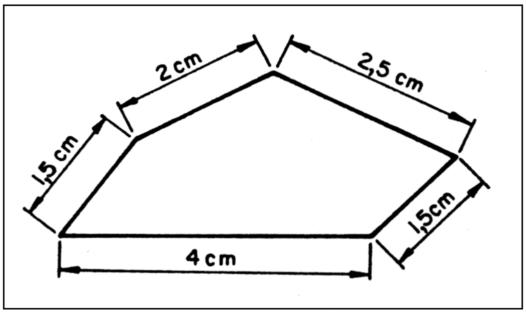


Círculo e circunferências



Perímetro

Perímetro é a medida do contorno de uma figura geométrica. Obtém-se o perímetro de um polígono com a soma de seus lados.



P = 1,5cm + 2cm + 2,5cm + 1,5cm + 4cm
P = 11,5cm

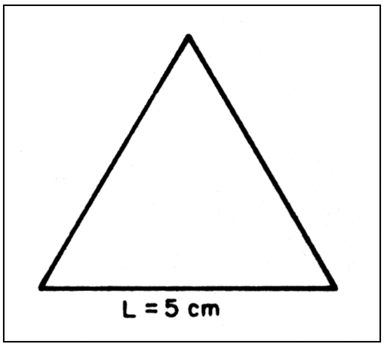
Perímetro do triângulo eqüilátero

$\boxed{P = 3 \cdot L}$

3 lados iguais

P = 15cm

Observação: L = lado

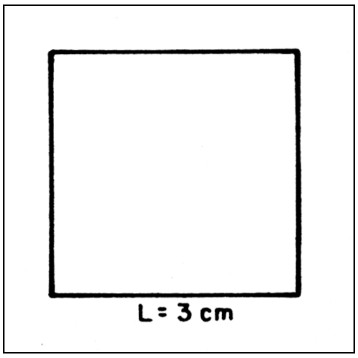


Perímetro do quadrado

$\boxed{P = 4 \cdot L}$

P = 4 . 3cm

P = 12cm



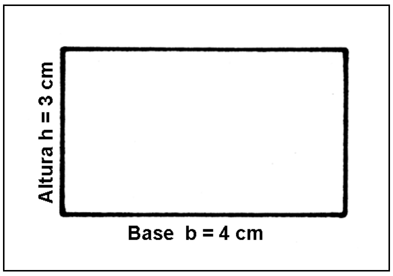
Perímetro do retângulo

$\boxed{P = 2 . b + 2 . h}$

P = 2 . 4cm + 2 . 3 cm

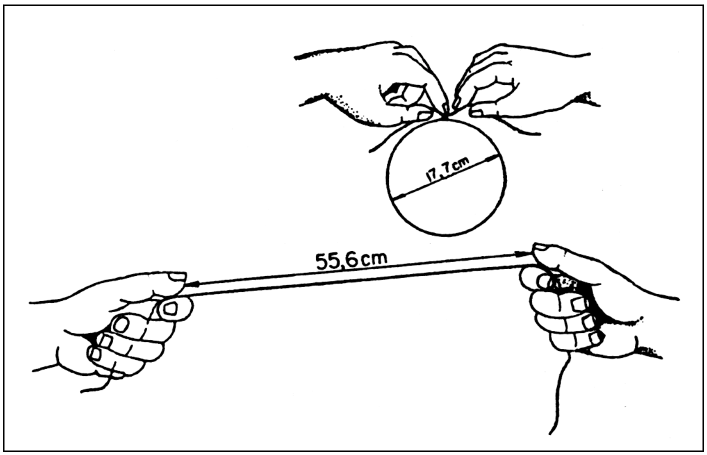
P = 8cm + 6cm

P = 14cm



Perímetro da circunferência (ou comprimento da circunferência)

1) Contornando-se um círculo com um pedaço de barbante e, em seguida, esticando-o e medindo o seu comprimento, ter-se-á determinado o perímetro da circunferência.



2) Dividindo-se o comprimento obtido (55,6cm) pelo diâmetro da circunferência (17,7cm) o quociente será aproximadamente 3,14 (c).

$\boxed{55{,}6\text{cm} : 17{,}7\text{cm} \cong 3{,}14}$

Sempre que se dividir o comprimento de uma circunferência pelo seu diâmetro, ter-se-á como quociente o n$^{\underline{o}}$ 3,1415927. Esse número é representado pela letra grega π (pi).

$\boxed{3{,}1415927 \ (\text{ou } 3{,}1416) = \pi \text{ (pi)}}$

Como o diâmetro da circunferência é igual a duas vezes o raio (D = 2r), então,

$$\boxed{P = 2 \times \pi \times r}$$

Exemplo:

Que distância percorre um pneu com 600mm de diâmetro quando dá uma volta completa?

$D = 600mm$

$P = D \times \pi$

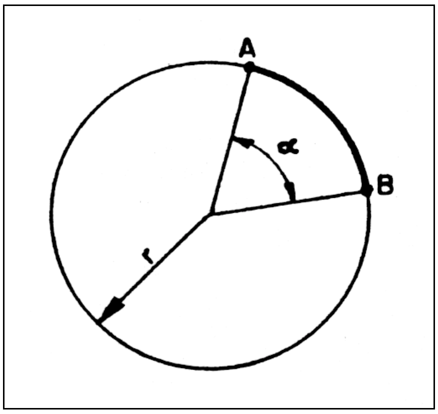
$P = 600mm \times 3,1416$

$$\boxed{P = 1884,96mm}$$

Perímetro do arco

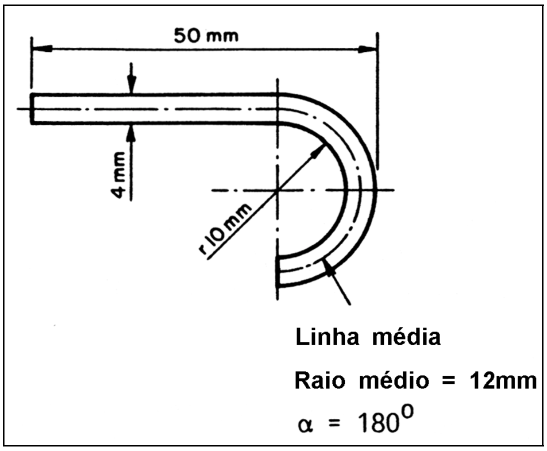
$$AB = \frac{\pi}{180^o} \cdot r \cdot \alpha$$

$$\boxed{AB = \frac{\pi . D . \alpha}{360^o}}$$



Importante:

No caso de cálculo de perímetro de peças a serem curvadas ou dobradas, os cálculos devem ser feitos sempre em função da **linha média.**



$$P = 50mm - (10mm + 4mm) + \frac{\pi \times D \times \alpha}{360^o}$$

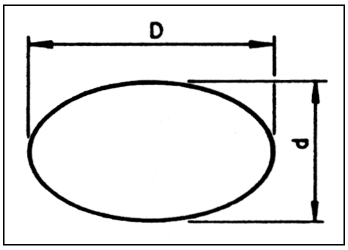
$$P = 36mm + \frac{\pi \times 24mm \times 180^o}{360^o}$$

$$P = 36mm + 37{,}699mm$$

$$\boxed{P = 73{,}699mm}$$

Perímetro da elipse

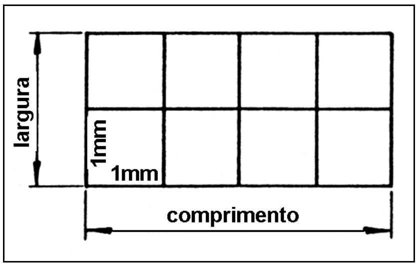
$$\boxed{P = \pi \times \sqrt{\frac{D^2 + d^2}{2}}}$$



Unidades de medida de área

Área é uma grandeza que representa a superfície de um corpo.

Uma superfície tem duas dimensões: **comprimento e largura.**



2m . 4m = 8m^2

A unidade legal de medida das superfícies é o **metro quadrado** (m^2) que representa a área de um quadrado de 1m de lado (1m x 1m = 1m^2).

Múltiplos e submúltiplos da unidade de área						
Múltiplos			**Unidade**	**Submúltiplos**		
quilometro quadrado	hectômetro quadrado	decâmetro quadrado	metro quadrado	decímetro quadrado	centímetro quadrado	milímetro quadrado
km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
1000000 m^2	10000 m^2	100 m^2	1 m^2	0,01 m^2	0,0001 m^2	0,000001 m^2

Mudança de unidade (conversões)

A mudança de unidade é feita deslocando-se a vírgula duas casas à direita (para a unidade imediatamente inferior), ou duas casas à esquerda (para a unidade imediatamente superior), suprindo-se com zeros caso faltem algarismos.

Exemplos:

1) Transformar 21,41m^2 em km^2.

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
00	00	00	21	41	00	00

Portanto: 21,41m^2 = 0,00002141km^2

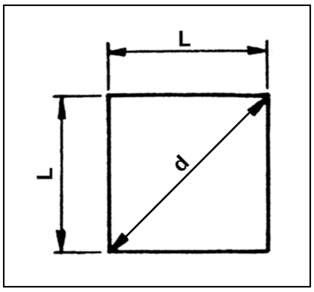
2) Transformar 21,41m^2 em mm^2

m^2	dm^2	cm^2	mm^2
21	41	00	00

Portanto: 21,41m^2 = 21.410.000mm^2

Área - Cálculos

Quadrado



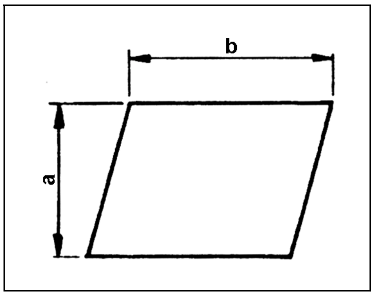
Área = A

$A = L$

$L = \sqrt{A} = 0{,}7071d$

$d = L \,.\, \sqrt{2} \cong 1{,}414.L$

Paralelogramo

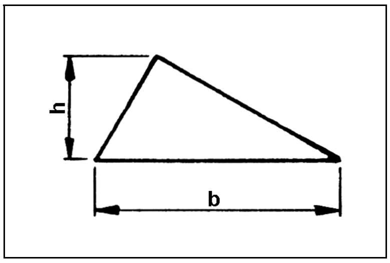


$A = a \,.\, b$

$a = \frac{A}{b}$

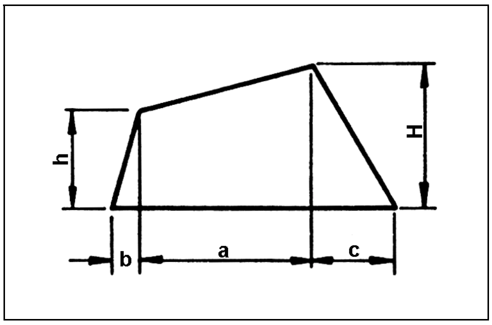
$b = \frac{A}{a}$

Triângulo qualquer



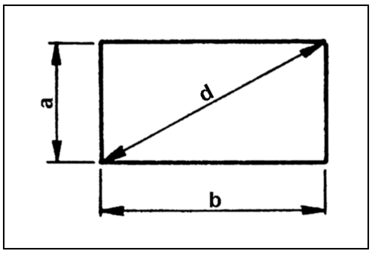
$$A = \frac{b \ . \ h}{2}$$

Quadrilátero qualquer



$$A = \frac{(H + h) \ . \ a + (b \ . \ h) + (C \ . \ H)}{2}$$

Retângulo



$A = a \ . \ b$

$A = a \ . \ \sqrt{d^2 - a^2}$

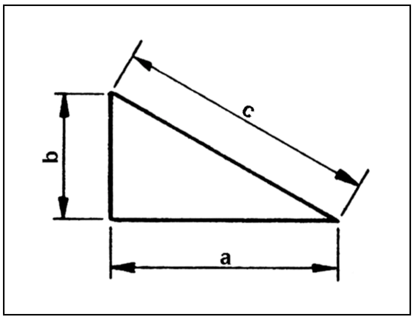
$A = b \ . \ \sqrt{d^2 - b^2}$

$$a = \frac{A}{b}$$

$$b = \frac{A}{a}$$

$d = \sqrt{a^2 + b^2}$

Triângulo retângulo



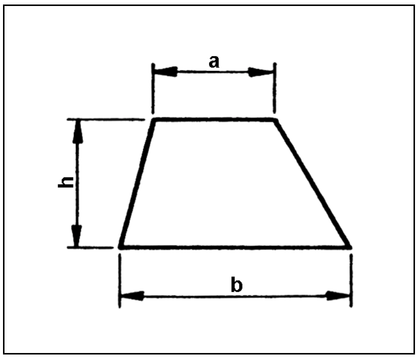
$$A = \frac{a \, . \, b}{2}$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

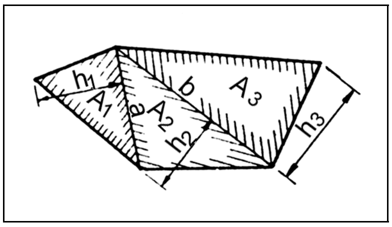
$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

Trapézio



$$A = \frac{(a + b)}{2} . h$$

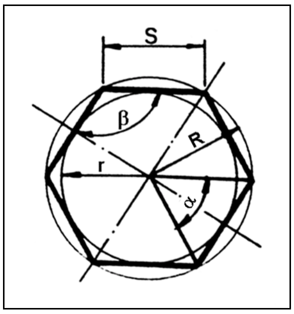
Polígono qualquer



$$A = A_1 + A_2 + A_3$$

$$A = \frac{(a \, . \, h_1) + (b \, . \, h_2) + (b \, . \, h_3)}{2}$$

Polígonos regulares



A = Área

N = número de lados do polígono

$$\alpha = \frac{360^0}{n}$$

$$\beta = 180^0 - \alpha$$

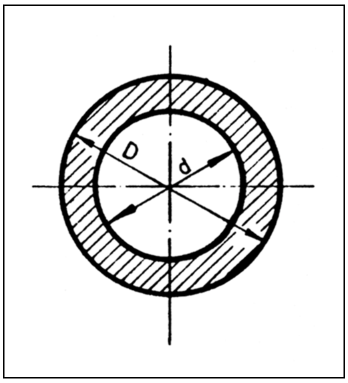
$$A = \frac{n \,.\, s \,.\, r}{2}$$

$$A = \frac{n \,.\, s}{2} \times \sqrt{R - \frac{s^2}{4}}$$

$$R = \sqrt{r^2} + \frac{s^2}{4}$$

$$r = \sqrt{R^2} - \frac{s^2}{4}$$

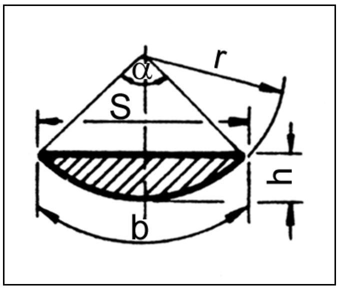
Coroa circular



$$A = \pi \,.\, (R^2 - r^2)$$

$$A = \frac{\pi}{4} \,.\, (D^2 - d^2)$$

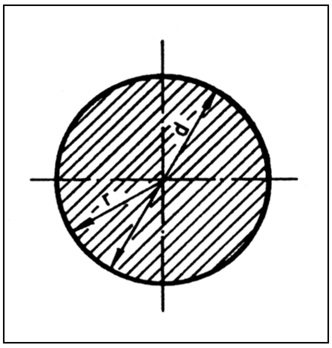
Segmento circular



$$A = \frac{h}{6s} \cdot (3h^2 + 4s^2)$$

$$\text{Aproximadamente } A = \frac{2}{3} \cdot s \cdot h$$

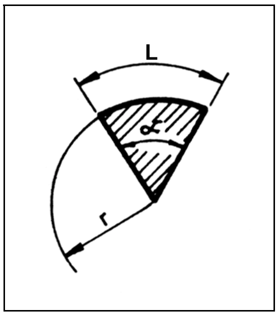
Círculo



$$A = \pi \cdot r^2$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

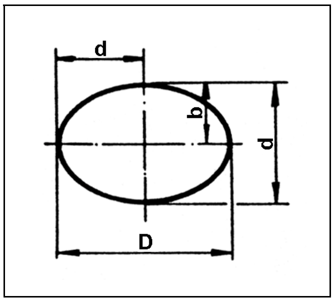
Setor circular



$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha^0}{360^0}$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha^0}{360^0}$$

Elipse



$$A = \frac{\pi}{4} \cdot D \cdot d$$

$$A = \pi \cdot a \cdot b$$

Divisão de circunferência em partes iguais

É comum, nos trabalhos de oficina, o profissional ter de determinar a abertura do compasso para dividir uma circunferência em partes iguais.

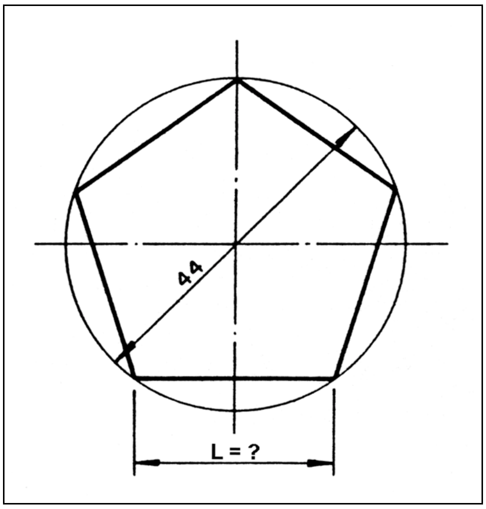
Para isso, basta aplicar um cálculo simplificado com o auxílio da tabela abaixo.

Tabela

Número de divisões	Constante	Número de divisões	Constante
3	0,866	19	0,164
4	0,707	20	0,156
5	0,587	21	0,149
6	0,500	22	0,142
7	0,433	23	0,136
8	0,382	24	0,130
9	0,342	25	0,125
10	0,309	26	0,120
11	0,281	27	0,116
12	0,258	28	0,111
13	0,239	29	0,108
14	0,222	30	0,104
15	0,207	31	0,101
16	0,195	32	0,098
17	0,183	33	0,095
18	0,173	34	0,092

Exemplo

Determinar a abertura do compasso para dividir uma circunferência de ø 44mm em 5 partes iguais.



Solução

Multiplica-se o diâmetro pela constante dada na tabela correspondente ao número de divisões.

L = D x constante = 44 . 0,587 = 25,8

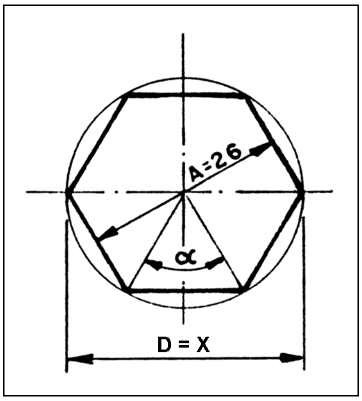
Às vezes, é dada a distância entre as faces de um polígono de determinado número de lados, devendo-se achar o diâmetro correspondente.

Para isso, basta multiplicar a distância entre as faces pela constante correspondente ao número de lados (divisões), conforme a tabela abaixo.

Número de divisões	Constante	Número de divisões	Constante
4	1,41421	14	1,02572
6	1,15470	16	1,01959
8	1,08239	18	1,01545
10	1,05146	20	1,01247
12	1,03528		

Exemplo

Determinar o diâmetro do hexágono (sextavado), sabendo-se que a distância entre as faces é 26mm.



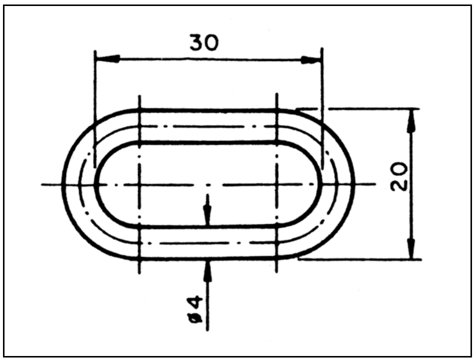
Solução

D = A x constante

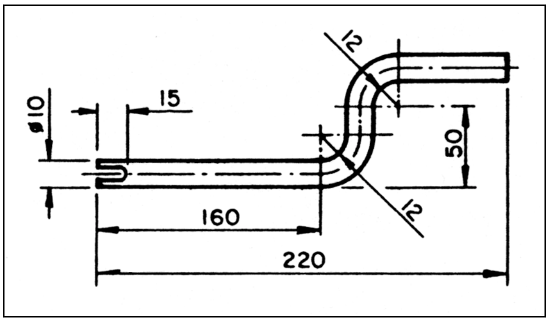
D = 26 x 1,1547 = 30,022

Exercícios

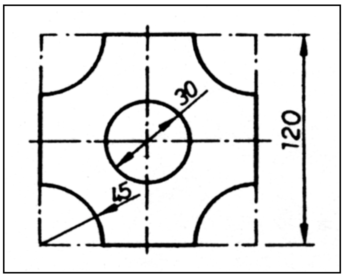
1) Calcule o comprimento da peça em bruto.



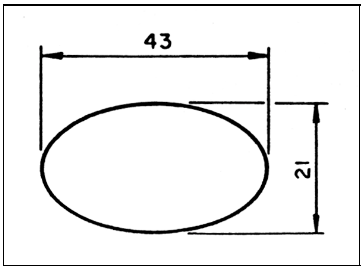
2) Calcule o comprimento da peça em bruto.



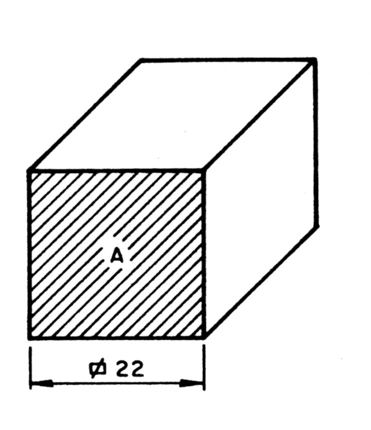
3) A peça seguinte deverá ser cortada através de um estampo. Calcule o perímetro das arestas que sofrerão corte.



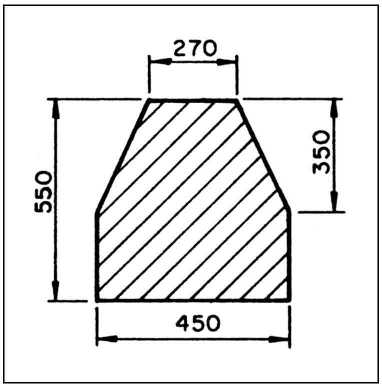
4) Calcule o perímetro.



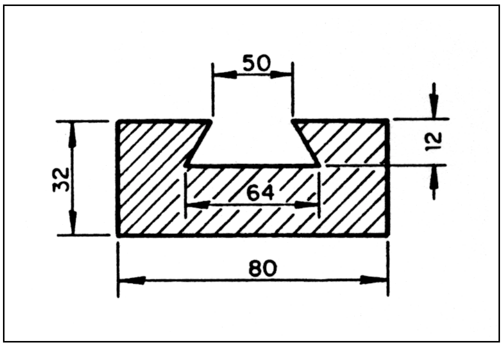
5) Calcule a área A.



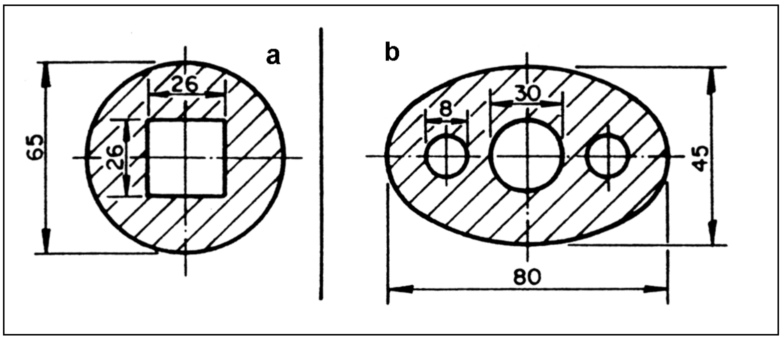
6) Calcule a área da figura em mm^2 e transforme em cm^2.



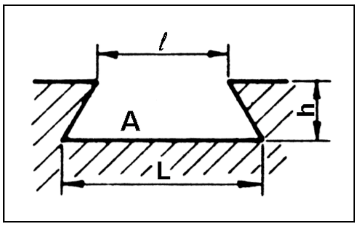
7) Calcule a área da figura.



8) Calcule as áreas a e b.



9) Um rabo de andorinha tem 220cm2 de secção transversal. São conhecidos os comprimentos das bases ℓ = 140mm e L = 300mm. Calcule o valor da altura (h).



Volume - Capacidade - Massa

Objetivos

Ao final desta unidade o participante deverá:

Ser capaz de

- Escrever os símbolos das unidades de volume e fazer a conversão entre essas unidades;
- Calcular os volumes de cubo, paralelepípedo, cilindro, pirâmide, cone, tronco de pirâmide, tronco de cone, esfera e corpos mistos dos formatos anteriores;
- Escrever as unidades de capacidade e fazer conversões entre elas;
- Fazer relações entre as unidades de volume e capacidade e resolver problemas simples;
- Escrever as unidades de massa e fazer a conversão entre essas unidades;
- Calcular a massa de um corpo, conhecendo seu volume e a massa específica, e calcular o volume de um corpo, conhecendo sua massa e a massa específica.

Unidade de volume

Volume de um corpo é o espaço ocupado por ele; é o número que representa sua medida.

A unidade legal de medida dos volumes é o **metro cúbico** (m^3), que representa o volume de um cubo de 1m de aresta.

O volume está, então, diretamente relacionado a três dimensões: comprimento, largura e altura.

Múltiplos e submúltiplos da unidade de volume						
Múltiplos			**Unidade**	**Submúltiplos**		
quilometro cúbico	hectômetro cúbico	decâmetro cúbico	metro cúbico	decímetro cúbico	centímetro cúbico	milímetro cúbico
km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
1000000000 m^3	1000000 m^3	1000 m^3	1 m^3	0,001 m^3	0,000001 m^3	0,000000001 m^3

Observação

Na prática, só o metro cúbico (m^3) e seus submúltiplos são empregados.

Mudança de unidade (conversões)

A mudança de unidade é feita deslocando-se a vírgula três casas à direita (para a unidade imediatamente inferior), ou três casas à esquerda (para a unidade imediatamente superior), suprindo-se com zeros caso faltem algarismos.

Exemplos

1) Representar 21,7m^3 em cm^3

Solução:

m^3 dm^3 cm^3
21 , 700 000 ,

21,7m^3 = 21700000cm^3

2) Converter 38,467cm^3 em m^3

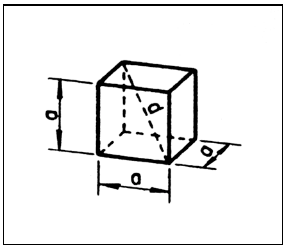
Solução:

m^3 dm^3 cm^3 mm^3
000 , 000 038 , 467

38,467cm^3 = 0,000038467m^3

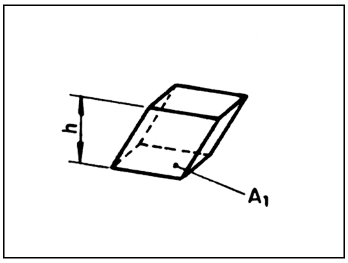
Volume - cálculos

Cubo



$V = a^3$

Paralelepípedo oblíquo

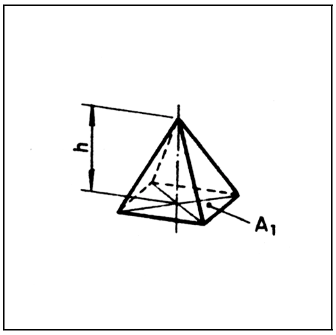


$V = A_1 \times h$

Onde:

A_1 = área da base

Pirâmide

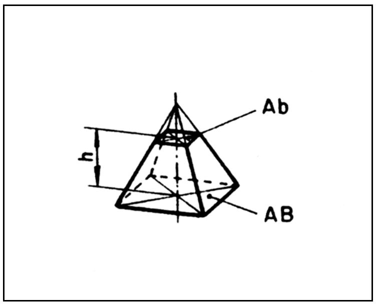


$$V = \frac{A_1 \times h}{3}$$

Onde:

A_1 = área da base

Tronco de pirâmide

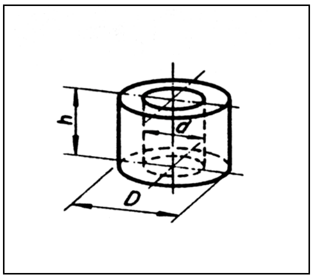


$$V = \frac{h}{3} \text{ x } (AB + Ab + \sqrt{AB.Ab})$$

Ab = área da base menor

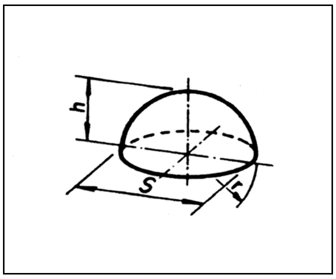
AB = área da base maior

Casca cilíndrica



$$V = \frac{\pi}{4} \text{ x } h \text{ x } (D_2 - d^2)$$

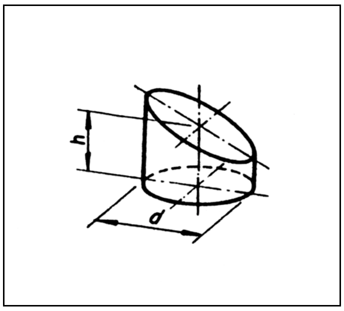
Calota esférica



$$V = \pi \text{ x } h^2 \text{ x } (r - \frac{h}{3})$$

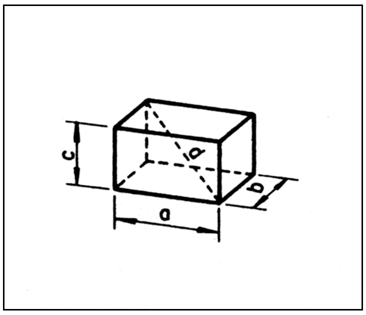
$$V = \frac{\pi}{6} \text{ x } h \text{ x } (\frac{3}{4} \text{ x } S^2 + h^2)$$

Tronco de cilindro



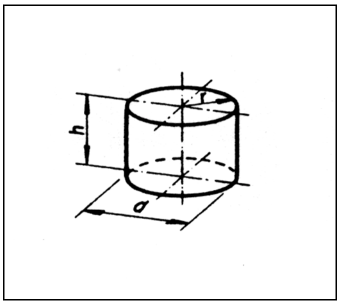
$$V = \frac{\pi}{4} \times d^2 \times h$$

Paralelepípedo



$$V = a \times b \times c$$

Cilindro



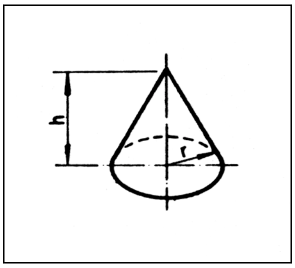
$$V = \pi \times r^2 \times h$$

$$V = \frac{\pi}{4} \times d^2 \times h$$

Onde:

$\pi \times r^2$ e $\frac{\pi}{4} \times d^2$ = área da base

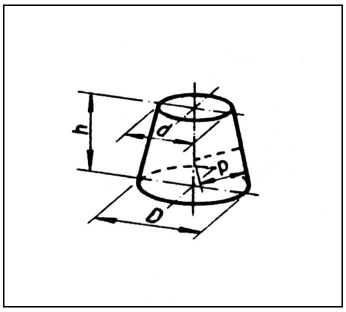
Cone



$$V = \frac{\pi \text{ x } d^2}{4} \text{ x } \frac{h}{3}$$

$$V = \frac{\pi \text{ x } r^2 \text{ x } h}{3}$$

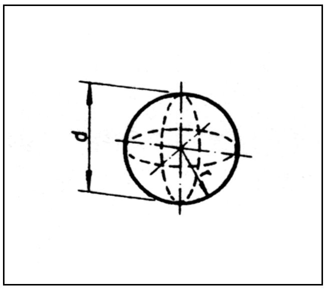
Tronco de cone



$$V = \frac{\pi}{12} \text{ x } h \text{ x } (D^2 + D \text{ x } d + d^2)$$

$$V = \frac{\pi \text{ x } h}{3} \text{ x } (R^2 + r^2 + R \text{ x } r)$$

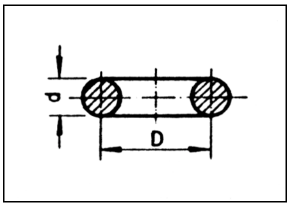
Esfera



$$V = \frac{4}{3} \text{ x } \pi \text{ x } r^3$$

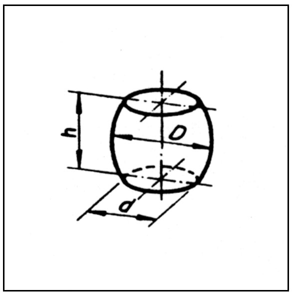
$$V = \frac{1}{6} \text{ x } \pi \text{ x } d^3$$

Anel circular



$$V = \frac{\pi^2}{4} \times D \times d^2$$

Barril



$$V \cong \frac{\pi}{12} \times h \times (2D^2 + d^2)$$

Obs.: volume aproximado

Unidade de capacidade

É necessário distinguir capacidade de volume. Capacidade é o espaço vazio de um recipiente e volume se refere ao espaço maciço ocupado pelo corpo. Assim sendo, pode-se dizer: capacidade de um vasilhame e volume de um bloco de pedra.

A unidade legal de capacidade é o **litro (ℓ),** que deriva do sistema métrico. **O litro é a capacidade ocupada por 1dm^3.**

Quadro de unidade de capacidade			
	Nome	**Abreviatura**	**Equivalência**
Múltiplos	Quilolitro	kℓ	1 000 litros
	Hectolitro	hℓ	100 litros
	Decalitro	daℓ	10 litros
Unidade	Litro	ℓ	1 litro
Submúltiplos	Decilitro	dℓ	0,1 litro
	Centilitro	cℓ	0,01 litro
	Mililitro	mℓ	0,001 litro

Mudança de unidade (conversões)

A relação entre as unidades de capacidade e de volume é:

$$\boxed{1\ell = 1\text{dm}^3}$$

Para transformar o litro em seus múltiplos ou submúltiplos desloca-se a vírgula uma casa à direita (para a unidade imediatamente inferior), ou uma casa à esquerda (para a unidade imediatamente superior), suprindo-se com zeros caso faltem algarismos.

Exemplos:

a) Converter 18,3m^3 em ℓ.

$18{,}3\text{m}^3 = 18300\text{dm}^3$

$18300\text{dm}^3 = 18300\ell$

b) Transformar 27,418hℓ em ℓ.

kℓ	hℓ	daℓ	ℓ	dℓ
2	7 ,	4	1 ,	8

Portanto:

27,418hℓ = 2741,8ℓ

Unidade de massa

Massa de um corpo é a quantidade de matéria que esse corpo contém. Essa quantidade de matéria é sempre a mesma em qualquer lugar da Terra. A massa de um corpo não varia, qualquer que seja a posição que esteja ocupando.

Peso é a resultante da ação da força de gravidade sobre a massa de um corpo. Como a gravidade não é a mesma em todos os pontos da Terra, um corpo de mesma massa pode ter diferentes pesos, conforme o local em que se encontre. Portanto:

$$\boxed{\text{massa} \neq \text{peso}}$$

Para que se possa comparar quantitativamente as massas de diferentes corpos, idealizou-se um corpo feito de uma liga de platina e irídio, que se encontra em Sevres, Paris, e convencionou-se que esse corpo possui a massa de 1 quilograma (kg). Portanto, a unidade fundamental de massa é o **quilograma** (kg).

Quadro de unidade de massa

	Nome	**Símbolo**	**Valor**
Múltiplos	Tonelada	t	1 000 quilogramas ou 1 000 000 gramas
	Quilograma	kg	1 000 gramas
	Hectograma	hg	100 gramas
	Decagrama	dag	10 gramas
Unidade	Grama	g	1 grama
Submúltiplos	Decigrama	dg	0,1 grama
	Centigrama	cg	0,01 grama
	Miligrama	mg	0,001 grama
	Quilate	-	0,2 grama

Mudança de unidade (conversões)

A mudança de unidade é feita deslocando-se a vírgula uma casa para a direita (para unidade imediatamente inferior), ou à esquerda (para a unidade imediatamente superior), suprindo-se com zeros caso faltem algarismos.

Massa específica

Quando se diz que o ferro é mais pesado que a madeira, deve-se considerar o mesmo volume para as duas substâncias.

Massa específica de um corpo é a razão entre a massa e o volume do corpo e é representada pela letra grega ρ (rô).

$$\text{Massa específica} = \frac{\text{massa (em kg)}}{\text{volume (em dm}^3\text{)}}$$

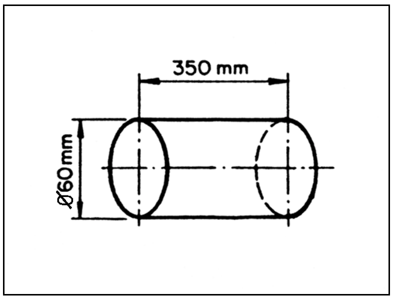
$$\boxed{\rho = \frac{M}{V}}$$

A massa (em kg) de um corpo é calculada a partir de seu volume (V) e de sua massa específica (ρ).

$$\text{Se: } \rho = \frac{M}{V} \quad \Rightarrow \quad M = \rho \times V$$

Exemplo

Calcular a massa (em Kg) de uma barra cilíndrica de alumínio, sabendo-se que ela mede 60mm de diâmetro e seu comprimento é de 350mm.



Observação

Alumínio - $\rho = 2{,}7\text{kg/dm}^3$.

Solução:

$$\boxed{M = \rho \times V}$$

a) Volume do cilindro (em dm^3)

$V = \pi \times r^2 \times h$

$V = \pi \times (30\text{mm})^2 \times 350\text{mm}$

$V = 989601{,}69\text{mm}^3$

$$\boxed{V = 0{,}98960169\text{dm}^3}$$

b) Uma vez que M = ρ x V, multiplica-se o volume (sempre em dm^3) pela massa específica do material.

$M = 0,98960169dm^3 \times 2,7kg/dm^3 = 2,672kg$

A massa da barra é de 2,672kg

Conhecendo-se a massa específica de uma substância, pode-se calcular a massa (em kg) deste corpo, desde que se conheça o seu volume.

Tabela de massas específicas de alguns materiais

Material	**Massa específica = kg/dm^3**	**Material**	**Massa específica = kg/dm^3**
Aço	7,85	Estanho fundido	7,2
Aço fundido	7,85	Estanho laminado	7,4
Aço rápido	8,4 a 9,0	Ferro fundido	7,25
Alumínio fundido	2,6	Latão fundido	8,5
Alumínio laminado	2,7	Latão laminado	8,55
Antimônio	6,67	Madeira (pinho)	0,65
Argila	1,8 a 2,6	Magnésio	1,74
Berílio	1,85	Magnésio em liga	1,8
Bronze fosforoso	8,8	Manganês	7,3
Cádmio	8,64	Mercúrio	13,6
Chumbo	11,34	Molibdênio	10,2
Cobalto	8,8	Níquel	8,8
Cobre fundido	8,8	Ouro	19,33
Cobre laminado	8,9	Platina	21,4
Cobre puro	8,93	Prata	10,5
Concreto armado	2,4	Tungstênio	19,1
Cromo	6,7	Vanádio	18,7
Diamante	3,5	Zinco fundido	6,86
Duralumínio	2,8	Zinco laminado	7,15

* Alguns livros trazem a unidade de massa específica em g/cm^3. Numericamente os valores são os mesmos:
Aço = $7,85kg/dm^3 = 7,85g/cm^3$

Exercícios

1) Converta em:

a) m^3 : $4{,}8dm^3$, $0{,}65cm^3$, $314mm^3$

b) cm^3 : $3{,}41m^3$, $0{,}78dm^3$, $0{,}084dm^3$

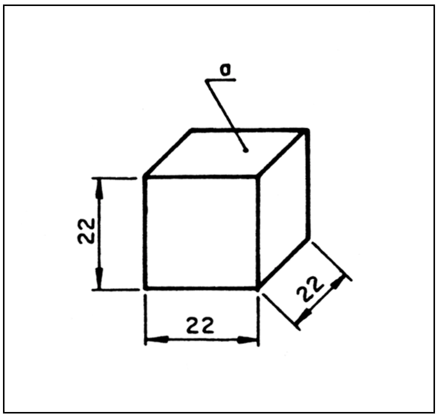
c) mm^3 : $9{,}4dm^3$, $694cm^3$, $0{,}012m^3$

2) Some em m^3:

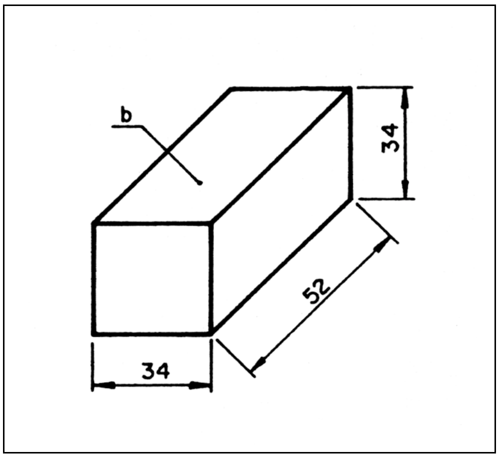
$0{,}45m^3 + 3{,}924dm^3 + 45mm^3 + 34{,}12cm^3 + 0{,}008cm^3 =$

3) Calcule o volume:

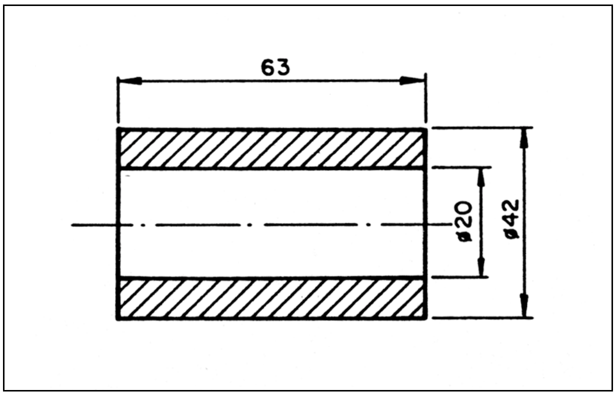
a)



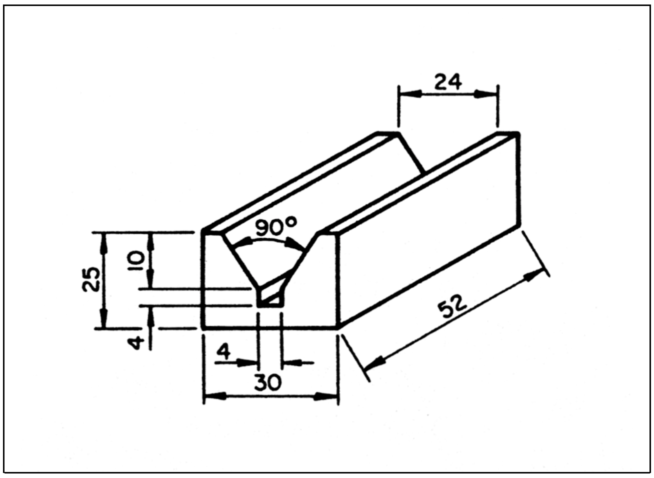
b)



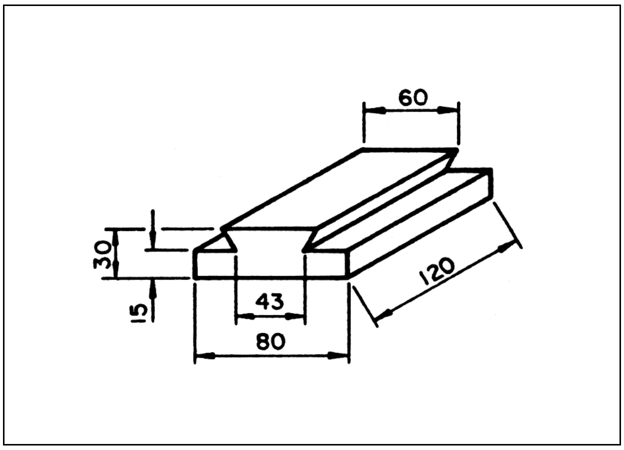
c)



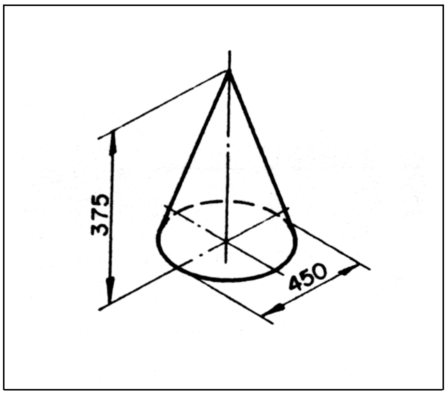
d)



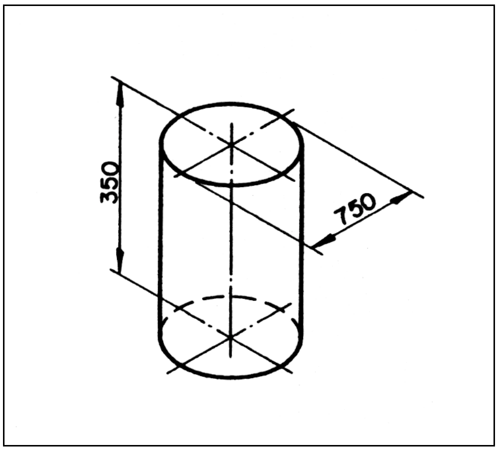
e)



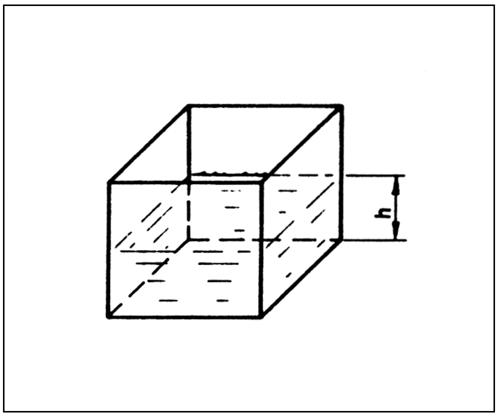
f)



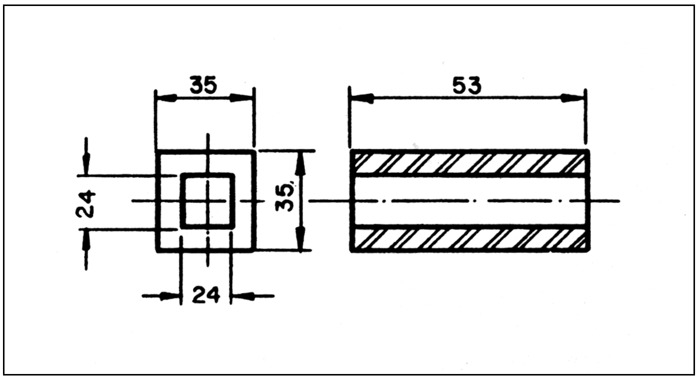
4) Um recipiente cilíndrico tem 750mm de diâmetro e 350mm de altura. Determinar qual a sua capacidade em litros.



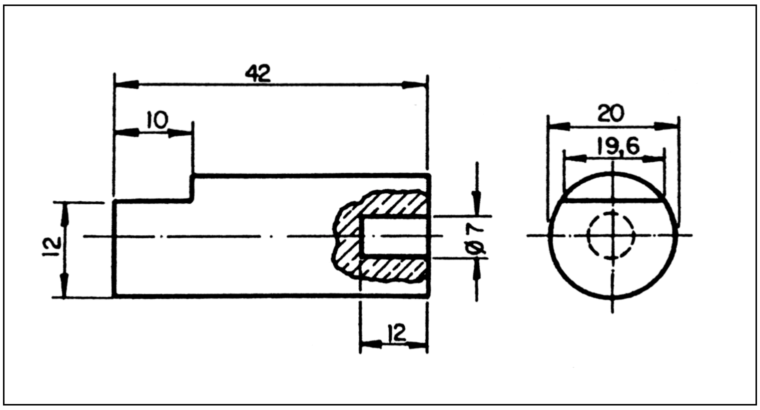
5) Um tanque com uma base de 60x40cm contém 140 litros de óleo. Qual a altura do nível de óleo no tanque em mm?



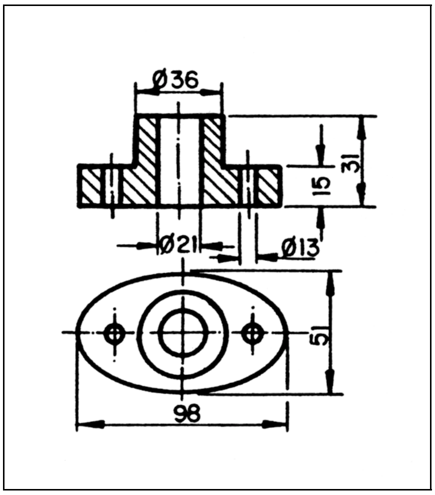
6) Calcule a massa em kg. (ρ = 7,85kg/dm^3 - aço)



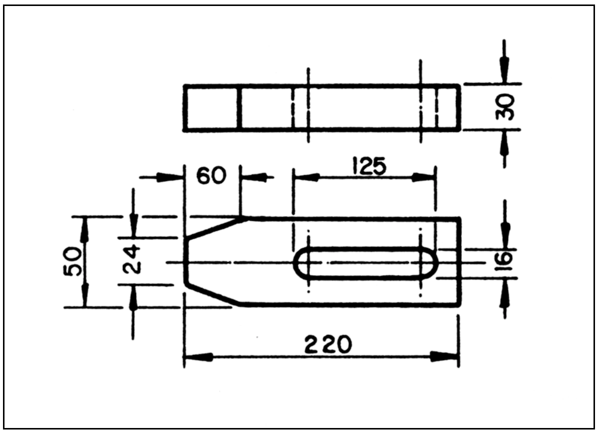
7) Calcule a massa em g. (ρ = 8,9kg/dm^3 - cobre fundido)



8) Calcule a massa em kg. (ρ = 7,85kg/dm^3 - aço fundido)



9) Calcule a massa em kg. (ρ = 7,85kg/dm^3 - aço)



10) Um rolo de arame de aço de 0,5mm pesa 3,6kg. Quantos metros de arame tem o rolo?

Trigonometria

Objetivos

Ao final desta unidade o participante deverá:

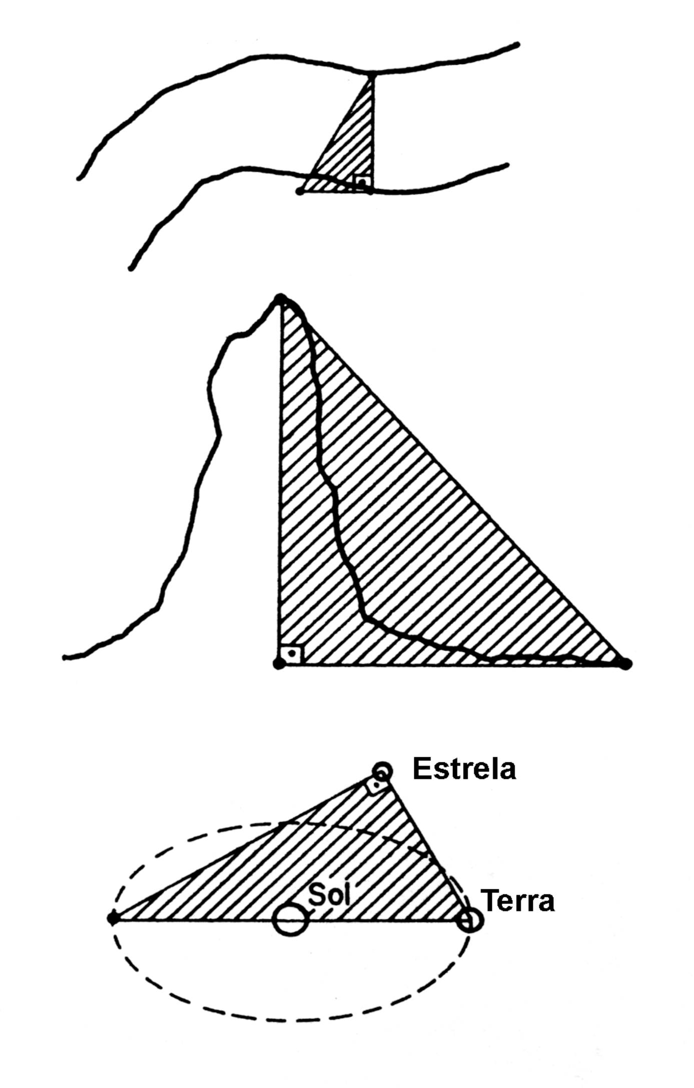
Ser capaz de

- Calcular qualquer lado de um triângulo retângulo através da relação de Pitágoras;
- Resolver problemas que envolvam a aplicação das relações trigonométricas nos triângulos retângulos;
- Formular as relações trigonométricas e calcular seno, co-seno, tangente e co-tangente de um triângulo retângulo;
- Consultar tabelas de seno, co-seno, tangente e co-tangente de um ângulo;
- Calcular os lados e os ângulos de qualquer triângulo retângulo através das relações trigonométricas.

Introdução

A **trigonometria** é uma parte da Matemática aplicada extensivamente na resolução de problemas de Engenharia e Astronomia, sendo de especial importância nos levantamentos topográficos.

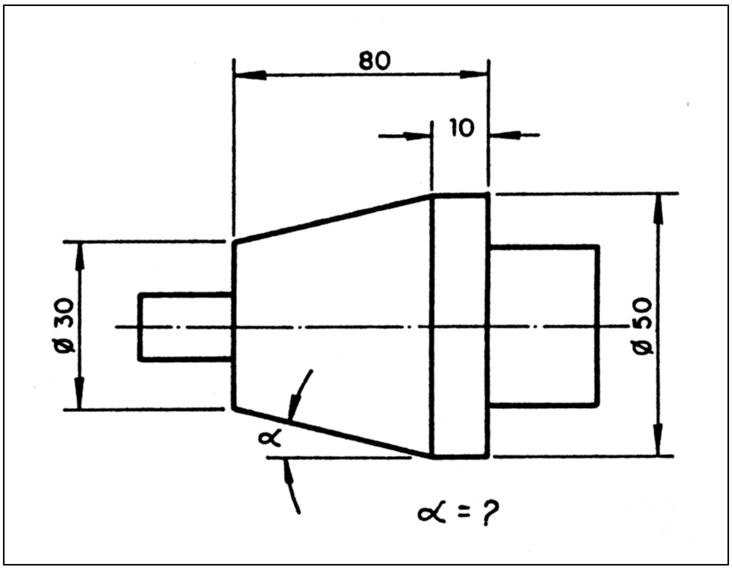
Com aplicação de trigonometria, podem-se medir larguras de rios em trechos inacessíveis, alturas de montanhas e até mesmo distâncias de estrelas.



Em mecânica, a trigonometria é muito utilizada para determinação de ângulos e medidas de algumas partes cônicas de uma peça qualquer.

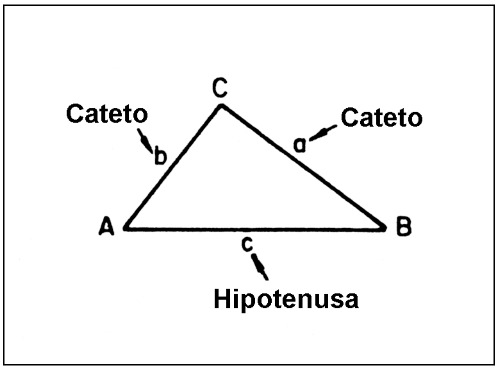
Para o projetista de máquinas e ferramentas, controlador de qualidade, serralheiro, funileiro, caldeireiro, etc. é indispensável o conhecimento de trigonometria.

É muito comum o desenho especificar somente a medida maior ou menor e o comprimento da peça. O profissional deve, então, calcular o ângulo de inclinação dessa peça para poder fabricá-la, o que ele consegue com o auxílio de trigonometria.



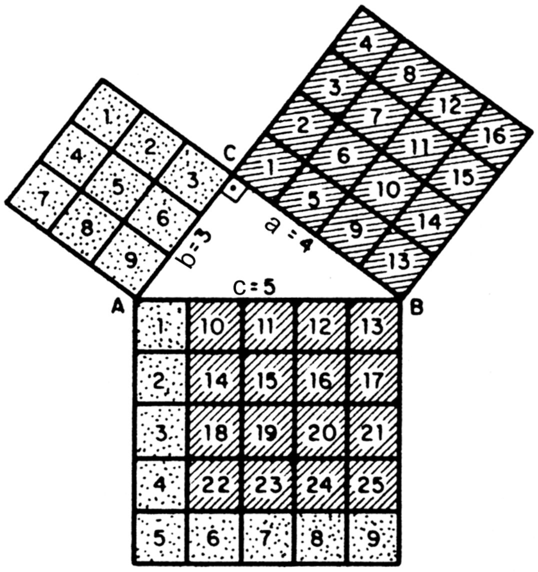
Relação de Pitágoras

No triângulo retângulo, o lado oposto ao ângulo reto (o maior) recebe o nome de **hipotenusa**, e os outros dois lados chamam-se **catetos**.



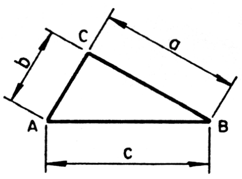
A relação entre a hipotenusa e os catetos no triângulo retângulo é:
o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos.

$$\boxed{c^2 = a^2 + b^2}$$



Onde:
$c^2 = 5^2 = 25$
$a^2 = 4^2 = 16$
$b^2 = 3^2 = 9$
$25 = 16 + 9$

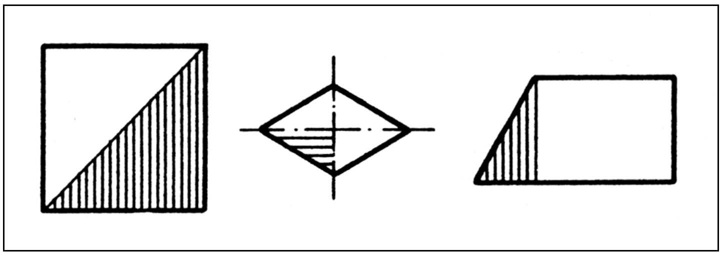
Resumindo:

	c	Medida da hipotenusa	$c^2 = a^2 + b^2$ $c = \sqrt{a^2 + b^2}$
	b	Medida do cateto menor	$b^2 = c^2 - a^2$ $b = \sqrt{c^2 - a^2}$
	a	Medida do cateto maior	$a^2 = c^2 - b^2$ $a = \sqrt{c^2 - b^2}$

Aplicação da relação de Pitágoras

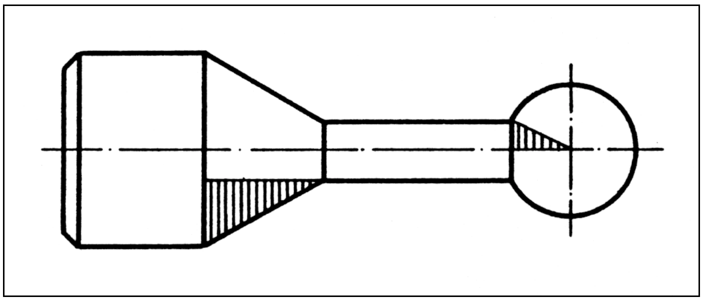
- **Nos polígonos**

  Em cálculos de diagonais e alturas e vice-versa.



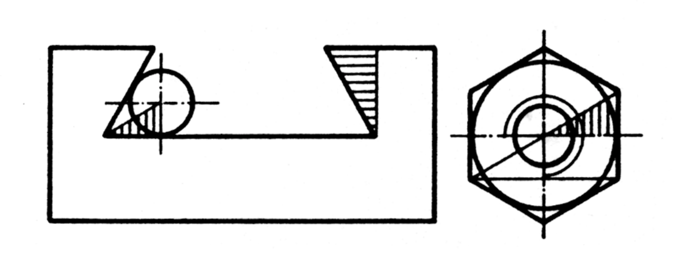
- **Nas oficinas**

  Em cálculos de cotas não especificadas no desenho.



- **Peças cônicas e manípulos**

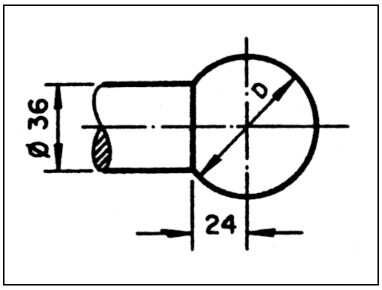
  Em cálculos de medidas para verificação e construção.



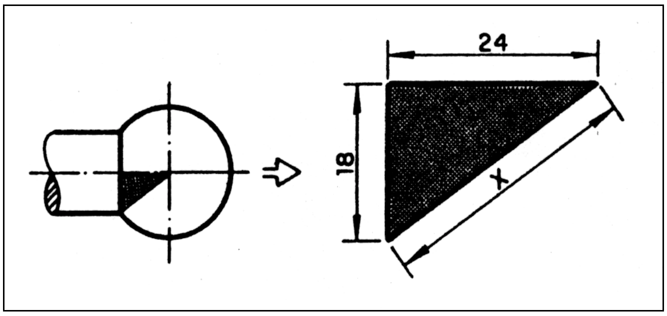
Nos encaixes rabo-de-andorinha e porcas.

Exemplo

Calcular a cota D.



1º passo: encontrar o triângulo e destacá-lo.



2º passo: aplicar a relação de Pitágoras.

$x^2 = 18^2 + 24^2 \Rightarrow x = \sqrt{18^2 + 24^2} \Rightarrow$

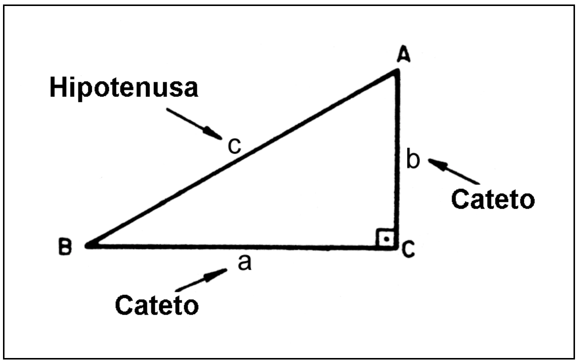
$x = \sqrt{324 + 576} \Rightarrow x = \sqrt{900} \Rightarrow \boxed{x = 30}$

$$\boxed{D = 2x \Rightarrow D = 60}$$

Relações trigonométricas no triângulo retângulo

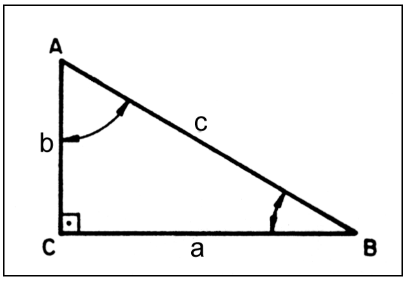
Hipotenusa

O lado maior de um triângulo retângulo é chamado hipotenusa e os outros dois lados, catetos.



Cateto oposto

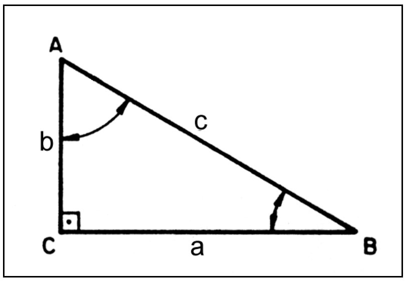
É o lado do triângulo que não pertence ou não faz parte do ângulo em questão. É o que está do lado contrário ao ângulo a que se refere.



CB é o cateto oposto ao ângulo A.
AC é o cateto oposto ao ângulo B.

Cateto adjacente

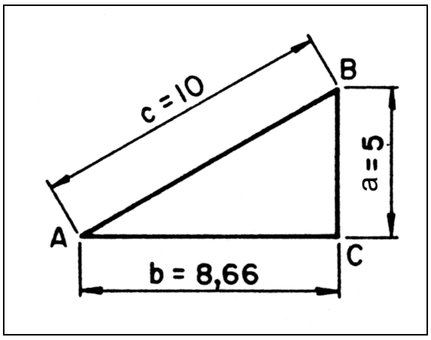
É o lado do triângulo que juntamente (adjacente) com a hipotenusa formam o ângulo em questão.



CB é o cateto adjacente ao ângulo B.
AC é o cateto adjacente ao ângulo A.

Seno

A razão entre o cateto oposto do ângulo e a hipotenusa tem o nome de seno (sen).



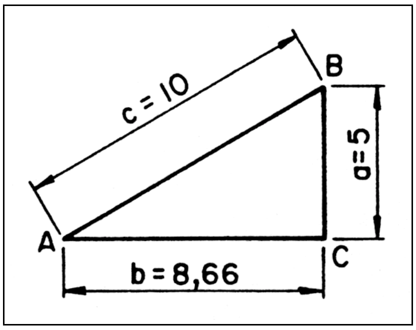
$$\text{Sen A} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{c} = \frac{5}{10} = 0{,}5$$

$$\text{Sen B} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{c} = \frac{8{,}66}{10} = 0{,}866$$

Co-seno

A razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa tem o nome de co-seno (cos).

Determinar o **co-seno** dos ângulos **A** e **B** do triângulo.



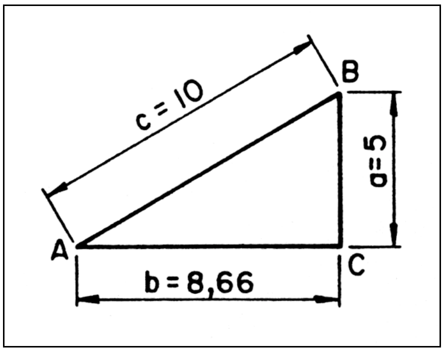
$$\text{Cos A} = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{c} = \frac{8{,}66}{10} = 0{,}866$$

$$\text{Cos B} = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{c} = \frac{5}{10} = 0{,}5$$

Tangente

A razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente tem o nome de tangente (tg).

Determinar a **tangente** dos ângulos **A** e **B** do triângulo.



$$\text{Tg A} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} = \frac{a}{b} = \frac{5}{8{,}66} = 0{,}577$$

$$\text{Tg B} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} = \frac{b}{a} = \frac{8{,}66}{5} = 1{,}732$$

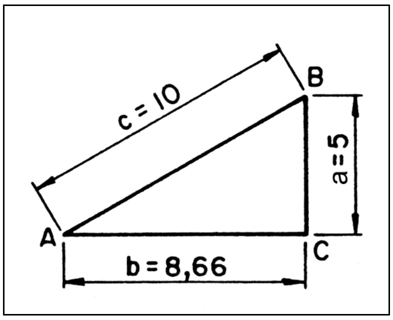
Co-tangente

A razão entre o cateto adjacente e o cateto oposto tem o nome de co-tangente (cotg).

Se em um triângulo retângulo for dado outro ângulo, além do ângulo reto, e a medida de um dos lados, pode-se calcular o restante, usando-se as mesmas relações trigonométricas.

Exemplo

1) Determinar a cotg dos ângulos A e B do triângulo.



$$\text{Cotg A} = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{cateto oposto}} = \frac{b}{a} = \frac{8{,}66}{5} = 1{,}732$$

$$\text{Cotg}\,B = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{cateto oposto}} = \frac{a}{b} = \frac{5}{8{,}66} = 0{,}577$$

Para determinar as medidas dos catetos, pode-se empregar uma das relações estudadas. No exemplo 2, como se tem a medida da hipotenusa, deve-se empregar uma das funções que a envolve; portanto, pode ser pelo sen ou pelo cos.

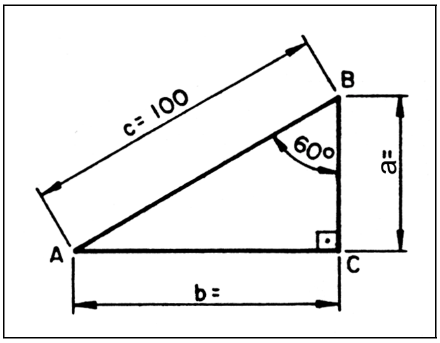
Utilizando o sen:

$$\text{sen } A = \frac{\text{cat. oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{sen } A = \frac{a}{c} \Rightarrow a = C \times \text{sen } A$$

Exemplo

2) Completar os ângulos e as medidas do triângulo retângulo abaixo.



Solução:

Sabe-se que a soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre 180º.

Então, o ângulo A = 180º - (90º + 60º)

A = 180º - 150º

A = 30º

Procurar na tabela o sen A (30º)

Sen 30º = 0,5

a = 100 x 0,5 = 50

$\boxed{a = 50}$

Agora, só falta determinar o lado **b** (pelo co-seno):

$$\cos A = \frac{\text{cat. adjacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\cos A = \frac{b}{c} \Rightarrow b = c.\cos A$$

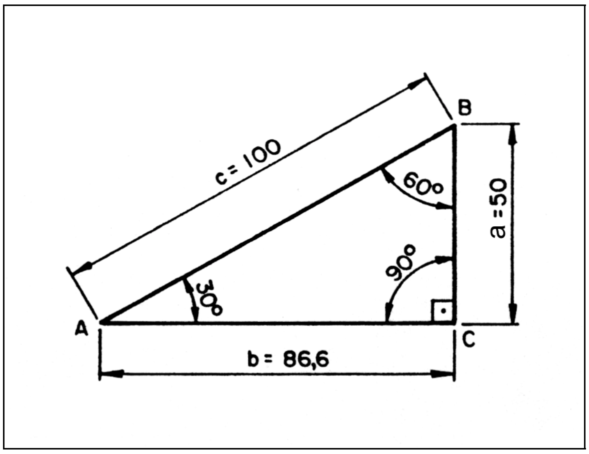
Procurar na tabela o cos A (30º)

Cos 30º = 0,866

Portanto, b = 100 x 0,866 = 86,6

$$\boxed{b = 86,6}$$

Finalmente, o triângulo fica com as seguintes medidas:



A = 30º $\quad$ a $(\overline{BC})$ = 50

B = 60º $\quad$ b $(\overline{AC})$ = 86,6

C = 90º $\quad$ c $(\overline{AB})$ = 100

Como foi visto no exemplo anterior, é necessário que se tenha uma tabela para encontrar seno, co-seno, tangente e co-tangente e, para isso, é necessário também que se saiba consultá-la (no final da unidade estão anexas as tabelas de seno e tangente de 0º a 90º).

Como consultar as tabelas de seno, co-seno, tangente e co-tangente

O procedimento será sempre o mesmo para o uso detalhado das tabelas de seno, co-seno, tangente e co-tangente.

Primeiro caso

Dado um ângulo, achar o valor do seno.

Exemplo

Encontrar o valor do seno de 38º20'.

- Toma-se a tabela dos senos e, na primeira coluna vertical, à esquerda, procura-se o lugar correspondente a 38º.

- Depois, desliza-se o dedo horizontalmente até a coluna que, na parte de cima, marca 20'.

- O número que aí se encontra (0,62024) é o seno de 38º20'.

Seno de 0^o a 45^o

Graus	Minutos					
	0	10	20	30	40	50
0	0,000 00	0,002 91	0,005 82	0,008 73	0,011 64	0,014 54
1	0,017 45	0,020 36	0,023 36	0,026 18	0,029 08	0,031 99
38	0,615 66	0,617 95	0,620 24	0,622 51	0,624 79	0,627 06
39	0,629 32	0,631 58	0,633 83	0,638 32	0,638 32	0,640 56

Segundo caso

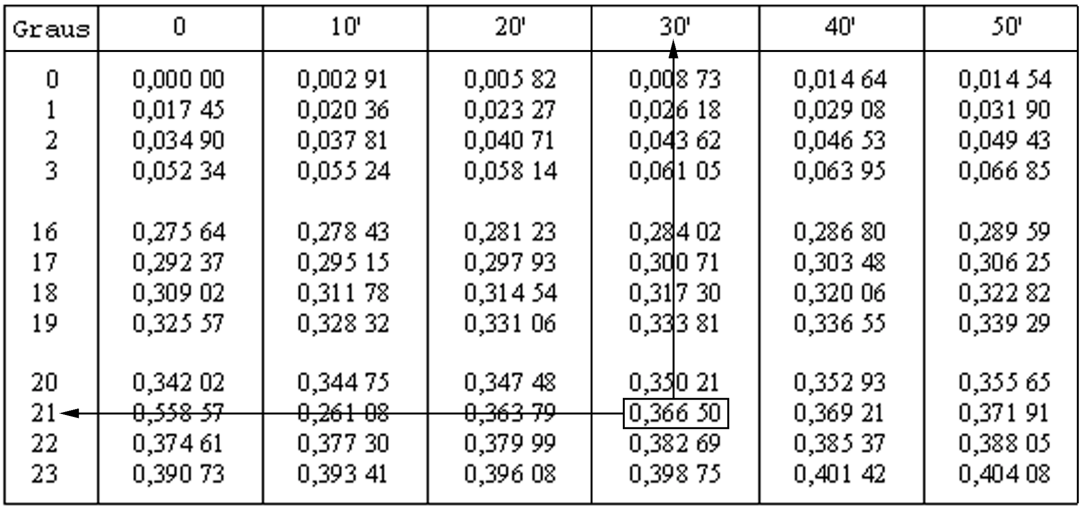
Dado o valor do seno, encontrar o valor do ângulo.

Exemplo

Encontrar o valor do ângulo cujo seno é 0,36650.

- Toma-se a tabela de senos e procura-se o número dado (0,36650), que é facilmente encontrado, pois os valores sempre estão em ordem crescente (caso dos senos e tangentes) ou decrescentes (caso dos co-senos e co-tangentes).

- Verifica-se que ele está situado na coluna horizontal correspondente a 21º e, na coluna vertical correspondente a 30'.

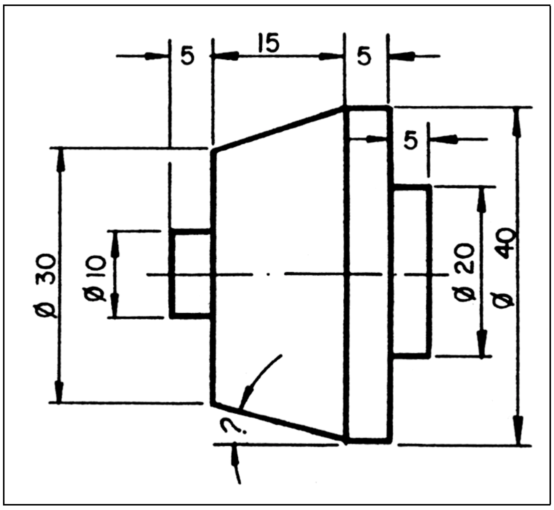


Graus	0	10'	20'	30'	40'	50'
0	0,000 00	0,002 91	0,005 82	0,008 73	0,014 64	0,014 54
1	0,017 45	0,020 36	0,023 27	0,026 18	0,029 08	0,031 90
2	0,034 90	0,037 81	0,040 71	0,043 62	0,046 53	0,049 43
3	0,052 34	0,055 24	0,058 14	0,061 05	0,063 95	0,066 85
16	0,275 64	0,278 43	0,281 23	0,284 02	0,286 80	0,289 59
17	0,292 37	0,295 15	0,297 93	0,300 71	0,303 48	0,306 25
18	0,309 02	0,311 78	0,314 54	0,317 30	0,320 06	0,322 82
19	0,325 57	0,328 32	0,331 06	0,333 81	0,336 55	0,339 29
20	0,342 02	0,344 75	0,347 48	0,350 21	0,352 93	0,355 65
21	0,558 57	0,261 08	0,363 79	0,366 50	0,369 21	0,371 91
22	0,374 61	0,377 30	0,379 99	0,382 69	0,385 37	0,388 05
23	0,390 73	0,393 41	0,396 08	0,398 75	0,401 42	0,404 08

Conclui-se, portanto, que o ângulo correspondente ao seno 0,36650 é 21º 30'.

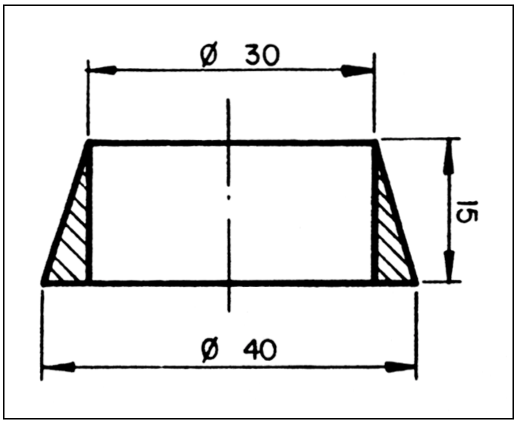
Aplicação prática de trigonometrica

1) Determinar a inclinação do carro porta-ferramenta para tornear o ângulo da peça seguinte:

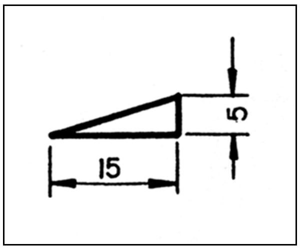


Solução:

Monta-se um triângulo com as medidas existentes e determina-se o ângulo de inclinação.



Temos o triângulo:



Podemos resolver com qualquer das funções que envolvem os dois catetos (tg ou cotg). No caso, utilizaremos a tangente.

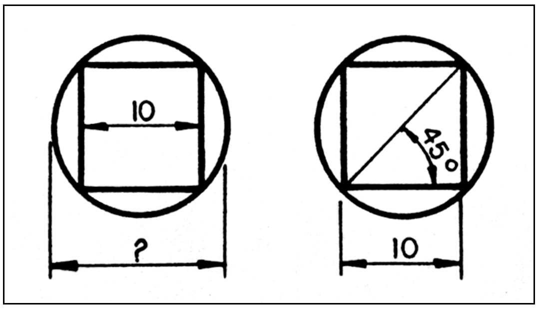
$$\text{tg}\ \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{catetoadjacente}} = \frac{5}{15}$$

$$\boxed{\text{tg}\ \alpha = 0{,}333}$$

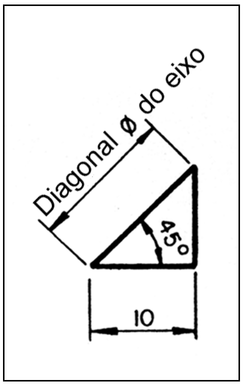
E, com esse número, procuramos na tabela de tangentes o ângulo correspondente (0,333 é a tangente de 18º 26').

$$\boxed{\text{A inclinação deve ser } 18^{\circ}\ 26'}$$

2) Determinar o diâmetro de um eixo para que, em uma de suas extremidades, seja feito um quadrado de 10mm de lado.



Solução:



No triângulo, temos um lado e queremos determinar a hipotenusa. Precisamos, então, de uma função que envolva um dos lados do triângulo e a hipotenusa (seno ou co-seno).

Apliquemos o co-seno:

$$\cos \alpha = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{hipotenusa} = \frac{\text{cateto adjacente}}{\cos \alpha}$$

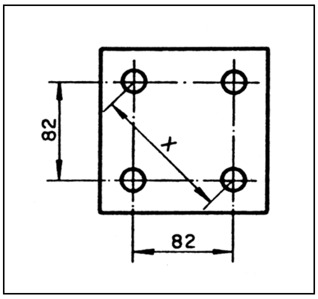
$\cos \alpha$ (45º) = 0,7071

$$\text{Hipotenusa} = \frac{10}{0{,}7071} = 14{,}1$$

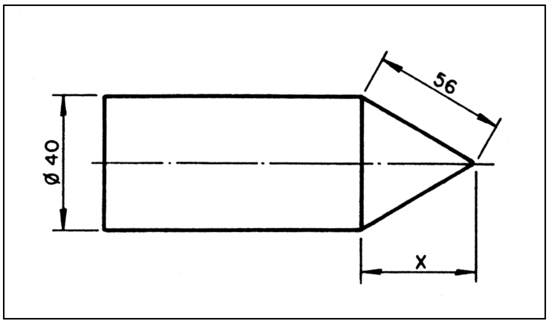
$\boxed{\varnothing \text{ do eixo } = 14{,}1}$

Exercícios

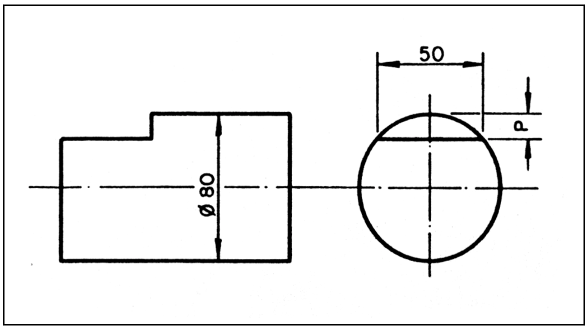
1) Calcule a distância **d**.



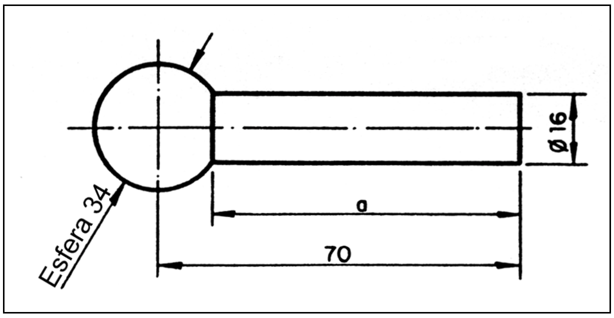
2) Calcule a altura **h**.



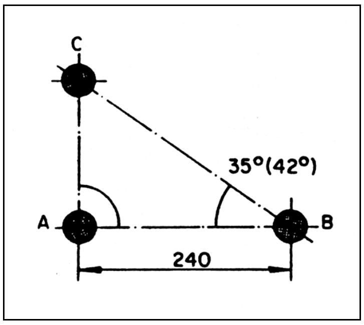
3) Calcule a cota **x**.



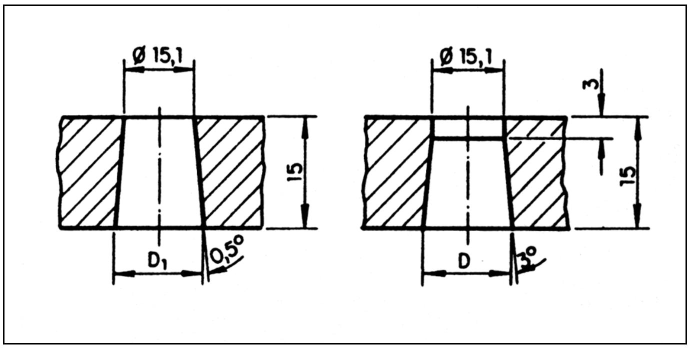
4) Calcule a cota **a**.



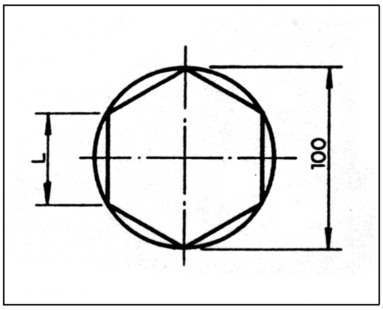
5) Calcule as distâncias **AC** e **BC**.



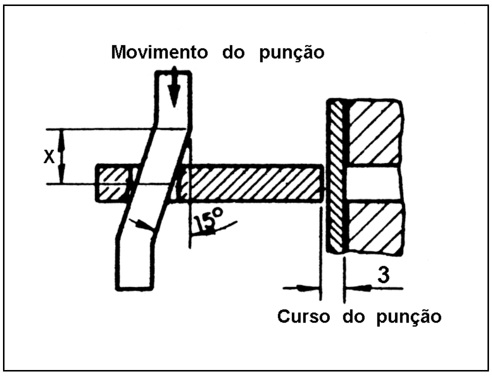
6) Calcule as cotas **D$_1$** e **D$_2$**.



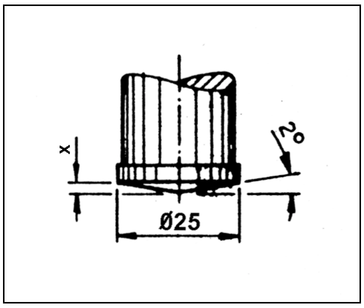
7) Determine **L**.



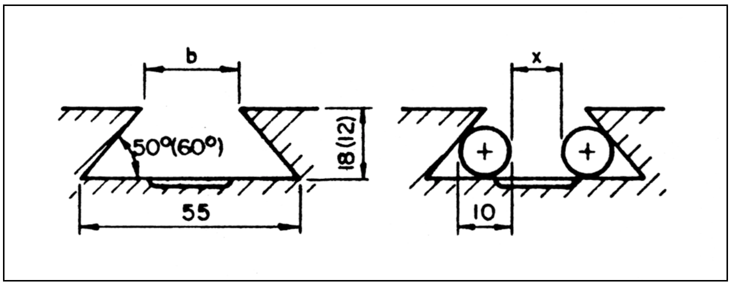
8) Calcule o comprimento **X** do movimento do punção.



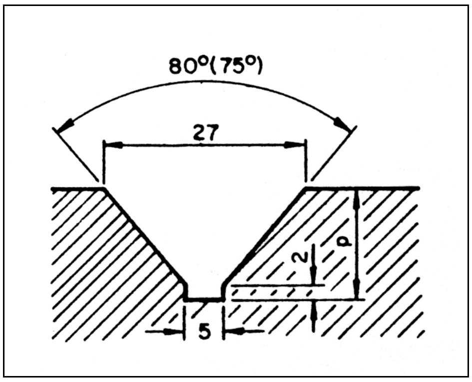
9) Calcule a medida **X**.



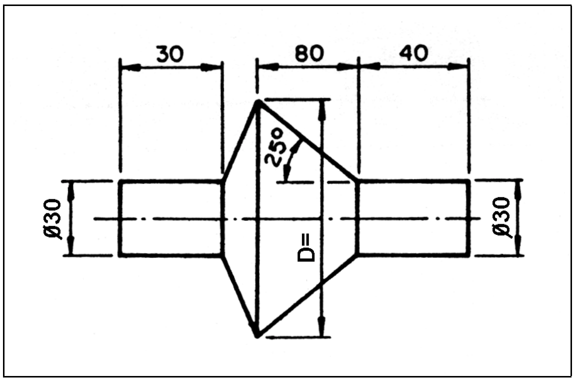
10) Calcule as medidas **b** e **x**.



11) Calcule a profundidade de fresar **p**.

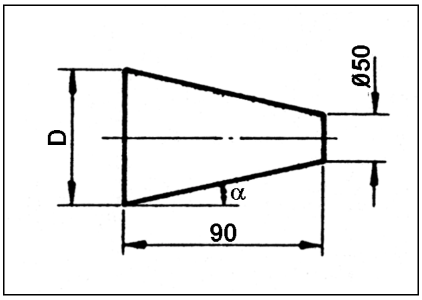


12) Determinar o diâmetro **D** da peça abaixo.

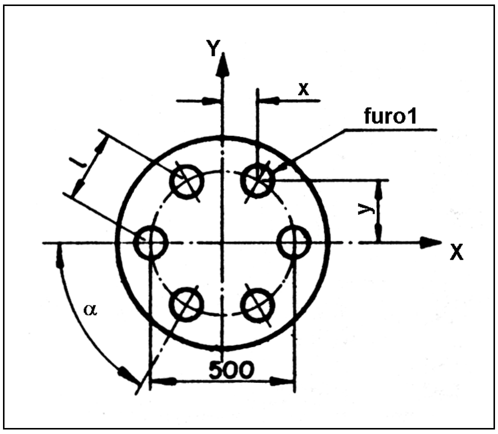


13) De um aço redondo de 65mm se deseja fresar um quadrado. Calcule o comprimento dos lados do quadrado.

14) Deseja-se tornear um cone com uma relação de 1:10. Determinar o ângulo **α** e **D**.



15) Para fazer os furos na peça abaixo, a peça foi colocada em uma mesa com coordenadas. Determinar a cota **x** e **y** do furo **1** e a distância ℓ de um furo ao outro.



Relações trigonométricas

Tabela de relações trigonométricas

Tangente de 0º a 45º

Graus	**Minutos**							Graus
	0	10	20	30	40	50	60	
0	0,0000	0,0029	0,0058	0,0087	0,0116	0,0145	0,0175	89
1	0,0175	0,0204	0,0233	0,0262	0,0291	0,0320	0,0349	88
2	0,0349	0,0378	0,0407	0,0437	0,0466	0,0495	0,0524	87
3	0,0524	0,0553	0,0582	0,0612	0,0641	0,0670	0,0699	86
4	0,0699	0,0729	0,0758	0,0787	0,0816	0,0846	0,0875	85
5	0,0875	0,0904	0,0934	0,0963	0,0992	0,1022	0,1051	84
6	0,1051	0,1080	0,1110	0,1139	0,1169	0,1198	0,1228	83
7	0,1228	0,1257	0,1287	0,1317	0,1346	0,1376	0,1405	82
8	0,1405	0,1435	0,1465	0,1495	0,1524	0,1554	0,1584	81
9	0,1584	0,1614	0,1644	0,1673	0,1703	0,1733	0,1763	80
10	0,1763	0,1793	0,1823	0,1853	0,1883	0,1914	0,1944	79
11	0,1944	0,1974	0,2004	0,2035	0,2065	0,2095	0,2126	78
12	0,2126	0,2156	0,2186	0,2217	0,2247	0,2278	0,2309	77
13	0,2309	0,2339	0,2370	0,2401	0,2432	0,2462	0,2493	76
14	0,2493	0,2524	0,2555	0,2586	0,2617	0,2648	0,2679	75
15	0,2679	0,2711	0,2742	0,2773	0,2805	0,2836	0,2867	74
16	0,2867	0,2899	0,2931	0,2962	0,2994	0,3026	0,3057	73
17	0,3057	0,3089	0,3121	0,3153	0,3185	0,3217	0,3249	72
18	0,3249	0,3281	0,3314	0,3346	0,3378	0,3411	0,3443	71
19	0,3443	0,3476	0,3508	0,3541	0,3574	0,3607	0,3640	70
20	0,3640	0,3673	0,3706	0,3739	0,3772	0,3805	0,3839	69
21	0,3839	0,3872	0,3906	0,3939	0,3973	0,4006	0,4040	68
22	0,4040	0,4074	0,4108	0,4142	0,4176	0,4210	0,4245	67
23	0,4245	0,4279	0,4314	0,4348	0,4383	0,4417	0,4452	66
24	0,4452	0,4487	0,4522	0,4557	0,4592	0,4628	0,4663	65
25	0,4663	0,4699	0,4734	0,4770	0,4806	0,4841	0,4877	64
26	0,4877	0,4913	0,4950	0,4986	0,5022	0,5059	0,5095	63
27	0,5095	0,5132	0,5169	0,5206	0,5243	0,5280	0,5317	62
28	0,5317	0,5354	0,5392	0,5430	0,5467	0,5505	0,5543	61
29	0,5543	0,5581	0,5619	0,5658	0,5696	0,5735	0,5774	60
30	0,5774	0,5812	0,5851	0,5890	0,5930	0,5969	0,6009	59
31	0,6009	0,6048	0,6088	0,6128	0,6168	0,6208	0,6249	58
32	0,6249	0,6289	0,6330	0,6371	0,6412	0,6453	0,6494	57
33	0,6494	0,6536	0,6577	0,6619	0,6661	0,6703	0,6745	56
34	0,6745	0,6787	0,6830	0,6873	0,6916	0,6959	0,7002	55
35	0,7002	0,7046	0,7089	0,7133	0,7177	0,7221	0,7265	54
36	0,7265	0,7310	0,7355	0,7400	0,7445	0,7490	0,7536	53
37	0,7536	0,7581	0,7627	0,7673	0,7720	0,7766	0,7813	52
38	0,7813	0,7860	0,7907	0,7954	0,8002	0,8050	0,8098	51
39	0,8098	0,8146	0,8195	0,8243	0,8292	0,8342	0,8391	50
40	0,8391	0,8441	0,8491	0,8541	0,8591	0,8642	0,8693	49
41	0,8693	0,8744	0,8796	0,8847	0,8899	0,8952	0,9004	48
42	0,9004	0,9057	0,9110	0,9163	0,9217	0,9271	0,9325	47
43	0,9325	0,9380	0,9435	0,9490	0,9545	0,9601	0,9657	46
44	0,9657	0,9713	0,9770	0,9827	0,9884	0,9942	1,0000	45
Graus	60	50	40	30	20	10	0	Graus
	Minutos							

Co-tangente de 45º a 90º

Tabela de relações trigonométricas

Tangente de 45º a 90º

Graus	Minutos							Graus
	0	10	20	30	40	50	60	
45	1,0000	1,0058	1,0117	1,0176	1,0235	1,0295	1,0355	44
46	1,0355	1,0416	1,0477	1,0538	1,0599	1,0661	1,0724	43
47	1,0724	1,0786	1,0850	1,0913	1,0977	1,1041	1,1106	42
48	1,1106	1,1171	1,1237	1,1303	1,1369	1,1436	1,1504	41
49	1,1504	1,1571	1,1640	1,1708	1,1778	1,1847	1,1918	40
50	1,1918	1,1988	1,2059	1,2131	1,2203	1,2276	1,2349	39
51	1,2349	1,2423	1,2497	1,2572	1,2647	1,2723	1,2799	38
52	1,2799	1,2876	1,2954	1,3032	1,3111	1,3190	1,3270	37
53	1,3270	1,3351	1,3432	1,3514	1,3597	1,3680	1,3764	36
54	1,3764	1,3848	1,3934	1,4019	1,4106	1,4193	1,4281	35
55	1,4281	1,4370	1,4460	1,4550	1,4641	1,4733	1,4826	34
56	1,4826	1,4919	1,5013	1,5108	1,5204	1,5301	1,5399	33
57	1,5399	1,5497	1,5597	1,5697	1,5798	1,5900	1,6003	32
58	1,6003	1,6107	1,6213	1,6318	1,6426	1,6534	1,6643	31
59	1,6643	1,6753	1,6864	1,6977	1,7090	1,7205	1,7321	30
60	1,7321	1,7438	1,7556	1,7675	1,7796	1,7917	1,8041	29
61	1,8041	1,8165	1,8291	1,8418	1,8546	1,8676	1,8807	28
62	1,8807	1,8940	1,9074	1,9210	1,9347	1,9486	1,9626	27
63	1,9626	1,9768	1,9912	2,0057	2,0204	2,0353	2,0503	26
64	2,0503	2,0655	2,0809	2,0965	2,1123	2,1283	2,1445	25
65	2,1445	2,1609	2,1775	2,1943	2,2113	2,2286	2,2460	24
66	2,2460	2,2637	2,2817	2,2998	2,3183	2,3369	2,3558	23
67	2,3558	2,3750	2,3945	2,4142	2,4342	2,4545	2,4751	22
68	2,4751	2,4960	2,5172	2,5387	2,5605	2,5826	2,6051	21
69	2,6051	2,6279	2,6511	2,6746	2,6985	2,7228	2,7475	20
70	2,7475	2,7725	2,7980	2,8239	2,8502	2,8770	2,9042	19
71	2,9042	2,9319	2,9600	2,9887	3,0178	3,0475	3,0777	18
72	3,0777	3,1084	3,1397	3,1716	3,2041	3,2371	3,2709	17
73	3,2709	3,3052	3,3402	3,3759	3,4124	3,4495	3,4874	16
74	3,4874	3,5261	3,5656	3,6059	3,6470	3,6891	3,7321	15
75	3,7321	3,7760	3,8208	3,8667	3,9136	3,9617	4,0108	14
76	4,0108	4,0611	4,1126	4,1653	4,2193	4,2747	4,3315	13
77	4,3315	4,3897	4,4494	4,5107	4,5736	4,6383	4,7046	12
78	4,7046	4,7729	4,8430	4,9152	4,9894	5,0658	5,1446	11
79	5,1446	5,2257	5,3093	5,3955	5,4845	5,5764	5,6713	10
80	5,6713	5,7694	5,8708	5,9758	6,0844	6,1970	6,3138	9
81	6,3138	6,4348	6,5605	6,6912	6,8269	6,9682	7,1154	8
82	7,1154	7,2687	7,4287	7,5958	7,7704	7,9530	8,1444	7
83	8,1444	8,3450	8,5556	8,7769	9,0098	9,2553	9,5144	6
84	9,5144	9,7882	10,0780	10,3854	10,7019	11,0594	11,4301	5
85	11,4301	11,8262	12,2505	12,7062	13,1969	13,7267	14,3007	4
86	14,3007	14,9244	15,6048	16,3499	17,1693	18,0750	19,0811	3
87	19,0811	20,2056	21,4704	22,9038	24,5418	26,4316	28,6363	2
88	28,6363	31,2416	34,3678	38,1885	42,9641	49,1039	57,2900	1
89	57,2900	68,7501	85,9398	114,5887	171,8850	343,7740		0
Graus	60	50	40	30	20	10	0	Graus
	Minutos							

Co-tangente de 0º a 45º

Tabela de relações trigonométricas

Seno de 0º a 45º								
Graus	**Minutos**							Graus
	0	10	20	30	40	50	60	
0	0,0000	0,0029	0,0058	0,0087	0,0116	0,0145	0,0175	89
1	0,0175	0,0204	0,0233	0,0262	0,0291	0,0320	0,0349	88
2	0,0349	0,0378	0,0407	0,0436	0,0465	0,0494	0,0523	87
3	0,0523	0,0552	0,0581	0,0610	0,0640	0,0669	0,0698	86
4	0,0698	0,0727	0,0756	0,0785	0,0814	0,0843	0,0872	85
5	0,0872	0,0901	0,0929	0,0958	0,0987	0,1016	0,1045	84
6	0,1045	0,1074	0,1103	0,1132	0,1161	0,1190	0,1219	83
7	0,1219	0,1248	0,1276	0,1305	0,1334	0,1363	0,1392	82
8	0,1392	0,1421	0,1449	0,1478	0,1507	0,1536	0,1564	81
9	0,1564	0,1593	0,1622	0,1650	0,1679	0,1708	0,1736	80
10	0,1736	0,1765	0,1794	0,1822	0,1851	0,1880	0,1908	79
11	0,1908	0,1937	0,1965	0,1994	0,2022	0,2051	0,2079	78
12	0,2079	0,2108	0,2136	0,2164	0,2193	0,2221	0,2250	77
13	0,2250	0,2278	0,2306	0,2334	0,2363	0,2391	0,2419	76
14	0,2419	0,2447	0,2476	0,2504	0,2532	0,2560	0,2588	75
15	0,2588	0,2616	0,2644	0,2672	0,2700	0,2728	0,2756	74
16	0,2756	0,2784	0,2812	0,2840	0,2868	0,2896	0,2924	73
17	0,2924	0,2952	0,2979	0,3007	0,3035	0,3062	0,3090	72
18	0,3090	0,3118	0,3145	0,3173	0,3201	0,3228	0,3256	71
19	0,3256	0,3283	0,3311	0,3338	0,3365	0,3393	0,3420	70
20	0,3420	0,3448	0,3475	0,3502	0,3529	0,3557	0,3584	69
21	0,3584	0,3611	0,3638	0,3675	0,3692	0,3719	0,3746	68
22	0,3746	0,3773	0,3800	0,3827	0,3854	0,3881	0,3907	67
23	0,3907	0,3934	0,3961	0,3987	0,4014	0,4041	0,4067	66
24	0,4067	0,4094	0,4120	0,4147	0,4173	0,4200	0,4226	65
25	0,4226	0,4253	0,4279	0,4305	0,4331	0,4358	0,4384	64
26	0,4384	0,4410	0,4436	0,4462	0,4488	0,4514	0,4540	63
27	0,4540	0,4566	0,4592	0,4617	0,4643	0,4669	0,4695	62
28	0,4695	0,4720	0,4746	0,4772	0,4797	0,4823	0,4848	61
29	0,4848	0,4874	0,4899	0,4924	0,4950	0,4975	0,5000	60
30	0,5000	0,5025	0,5050	0,5075	0,5100	0,5125	0,5150	59
31	0,5150	0,5175	0,5200	0,5225	0,5250	0,5275	0,5299	58
32	0,5299	0,5324	0,5348	0,5373	0,5398	0,5422	0,5446	57
33	0,5446	0,5471	0,5495	0,5519	0,5544	0,5568	0,5592	56
34	0,5592	0,5616	0,5640	0,5664	0,5688	0,5712	0,5736	55
35	0,5736	0,5760	0,5783	0,5807	0,5831	0,5854	0,5878	54
36	0,5878	0,5901	0,5925	0,5948	0,5972	0,5995	0,6018	53
37	0,6018	0,6041	0,6065	0,6088	0,6111	0,6134	0,6157	52
38	0,6157	0,6180	0,6202	0,6225	0,6248	0,6271	0,6293	51
39	0,6293	0,6316	0,6338	0,6361	0,6383	0,6406	0,6428	50
40	0,6428	0,6450	0,6472	0,6494	0,6517	0,6539	0,6561	49
41	0,6561	0,6583	0,6604	0,6626	0,6648	0,6670	0,6691	48
42	0,6691	0,6713	0,6734	0,6756	0,6777	0,6799	0,6820	47
43	0,6820	0,6841	0,6862	0,6884	0,6905	0,6926	0,6947	46
44	0,6947	0,6967	0,6988	0,7009	0,7030	0,7050	0,7071	45
Graus	60	50	40	30	20	10	0	Graus
	Minutos							

Co-seno de 45º a 90º

Tabela de relações trigonométricas

Seno de 45º a 90º								
Graus	**Minutos**							Graus
	0	10	20	30	40	50	60	
45	0,7071	0,7092	0,7112	0,7133	0,7153	0,7173	0,7193	44
46	0,7193	0,7214	0,7234	0,7254	0,7254	0,7294	0,731	43
47	0,7314	0,7333	0,7353	0,7373	0,7392	0,7412	0,7431	42
48	0,7431	0,7451	0,7470	0,7490	0,7509	0,7528	0,7547	41
49	0,7547	0,7566	0,7585	0,7604	0,7623	0,7642	0,7660	40
50	0,7660	0,7679	0,7698	0,7716	0,7735	0,7753	0,7771	39
51	0,7771	0,7790	0,7808	0,7826	0,7844	0,7862	0,7880	38
52	0,7880	0,7898	0,7916	0,7934	0,7951	0,7969	0,7986	37
53	0,7986	0,8004	0,8021	0,8039	0,8056	0,8073	0,8090	36
54	0,8090	0,8107	0,8124	0,8141	0,8158	0,8175	0,8192	35
55	0,8192	0,8208	0,8225	0,8241	0,8258	0,8274	0,8290	34
56	0,8290	0,8307	0,8323	0,8339	0,8355	0,8371	0,8387	33
57	0,8387	0,8403	0,8418	0,8434	0,8450	0,8465	0,8480	32
58	0,8480	0,8496	0,8511	0,8526	0,8542	0,8557	0,8572	31
59	0,8572	0,8587	0,8601	0,8616	0,8631	0,8646	0,8660	30
60	0,8660	0,8675	0,8689	0,8704	0,8718	0,8732	0,8746	29
61	0,8746	0,8760	0,8774	0,8788	0,8802	0,8816	0,8829	28
62	0,8829	0,8843	0,8857	0,8870	0,8884	0,8897	0,8910	27
63	0,8910	0,8923	0,8936	0,8949	0,8962	0,8975	0,8988	26
64	0,8988	0,9001	0,9013	0,9026	0,9038	0,9051	0,9063	25
65	0,9063	0,9075	0,9088	0,9100	0,9112	0,9124	0,9135	24
66	0,9135	0,9147	0,9159	0,9171	0,9182	0,9194	0,9205	23
67	0,9205	0,9216	0,9228	0,9239	0,9250	0,9261	0,9272	22
68	0,9272	0,9283	0,9293	0,9304	0,9315	0,9325	0,9336	21
69	0,9336	0,9346	0,9356	0,9367	0,9377	0,9387	0,9397	20
70	0,9397	0,9407	0,9417	0,9426	0,9436	0,9446	0,9455	19
71	0,9455	0,9465	0,9474	0,9483	0,9492	0,9502	0,9511	18
72	0,9511	0,9520	0,9528	0,9537	0,9546	0,9555	0,9563	17
73	0,9563	0,9572	0,9580	0,9588	0,9596	0,9605	0,9613	16
74	0,9613	0,9621	0,9628	0,9636	0,9644	0,9652	0,9659	15
75	0,9659	0,9667	0,9674	0,9681	0,9689	0,9696	0,9703	14
76	0,9703	0,9710	0,9717	0,9724	0,9730	0,9737	0,9744	13
77	0,9744	0,9750	0,9757	0,9763	0,9769	0,9775	0,9781	12
78	0,9781	0,9787	0,9793	0,9799	0,9805	0,9811	0,9816	11
79	0,9816	0,9822	0,9827	0,9833	0,9838	0,9843	0,9848	10
80	0,9848	0,9853	0,9858	0,9863	0,9868	0,9872	0,9877	9
81	0,9877	0,9881	0,9886	0,9890	0,9894	0,9899	0,9903	8
82	0,9903	0,9907	0,9911	0,9914	0,9918	0,9922	0,9925	7
83	0,9925	0,9929	0,9932	0,9936	0,9939	0,9942	0,9945	6
84	0,9945	0,9948	0,9951	0,9954	0,9957	0,9959	0,9962	5
85	0,9962	0,9964	0,9967	0,9969	0,9971	0,9974	0,9976	4
86	0,9976	0,9978	0,9980	0,9981	0,9983	0,9985	0,9986	3
87	0,9986	0,9988	0,9989	0,9990	0,9992	0,9993	0,9994	2
88	0,9994	0,9995	0,9996	0,9997	0,9997	0,9998	0,99985	1
89	0,99985	0,99989	0,99993	0,99996	0,99998	0,99999	1,0000	0
Graus	60	50	40	30	20	10	0	Graus
	Minutos							

Co-seno de 0º a 45º

Formação de Supervisores de Primeira Linha
Mecânica Geral

Básico
46.25.23.384-7 **Matemática**